

Bauer Péter

Determinisztikus szenzor mérési hibák kétértelműsége és ennek feloldása GNSS-IMU fúziós állapotbecslő algoritmusok esetén

Jelen cikk a globális navigációs műholdrendszer (GNSS) és a tehetetlenségi mérőegység (IMU) mérései alapján végzett helyzet- és szenzortorzítás-becslés témakörével foglalkozik. Bár e terület széles körben kutatott, a szakirodalomban gyakran elmarad az állapotmegfigyelhetőség szigorú vizsgálata, ami megalapozatlan feltételezések gyanúját veti fel. Jelen munka ezt megerősíti azáltal, hogy megfigyelhetőségi számítások segítségével rámutat: egy rendszer pozíciójának, sebességének, orientációjának, valamint a gyorsulás- és szögsebességszenzor torzításainak becsléséhez a GNSS-alapú pozíció- és sebességmérések mellett orientációval kapcsolatos mérések bevonása is szükséges. Ilyen kiegészítő mérés lehet például a mágneses tér vektorának meghatározása. Az elméleti eredményeket valós repülési körülmények között rögzített GNSS- és IMU-adatokon végzett vizsgálatok támasztják alá, amelyeket egy DJI M600 Pro típusú multikopter szolgáltatott. Az eredmények összehasonlításához referenciaként a fedélzeti DJI becslő algoritmus kimeneteit használtam.

Kulcsszavak: navigációs állapotbecslés, kiterjesztett Kálmán-szűrő, GNSS-IMU adatok fúziója, megfigyelhetőségi problémák, megfigyelő tervezése nemlineáris rendszerhez

1. Bevezetés

A globális navigációs műholdrendszer (GNSS¹) és a tehetetlenségi mérőegység (IMU²) információinak fúzióját széles körben alkalmazzák a helyzet (pozíció és orientáció) becslésére légi vagy földi járművek esetében egyaránt [2], [3], [4], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15]. A pozíció és az orientáció mellett rendszerint a sebesség becslése is cél, sőt gyakran figyelembe veszik a gyorsulás- és szögsebesség-érzékelők determinisztikus mérési hibáit is (*Bias*). Ezeket a tömörség kedvéért a továbbiakban a *bias* kifejezésnek megfelelő torzítás megnevezéssel illetem. A [8] forrás kizárólag az orientáció becslésére összpontosított, ugyanakkor hangsúlyozta a giroszkóp torzításának becslési fontosságát alacsony költségű szenzorrendszerek esetén.

Az [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [10], [11], [13], [14], [15] hivatkozások a pozíció-, sebesség- és orientációbecslést célozzák. Ezek közül a szenzortorzítások becslését a [4], [7], [9], [10], [11],

¹ Global Navigation Satellite System: globális műholdas helymeghatározó rendszer.

² Inertial Measurement Unit: inerciális mérőegység.

[14], [15] munkák tárgyalják, azonban az állapotok megfigyelhetőségének vizsgálata kizárólag a [7], [9] hivatkozásokban jelenik meg. Az előbbi a pozíció- és sebességhibák megfigyelhetőségét vizsgálta, a gyorsulás- és szögsebesség-torzítások megfigyelhetőségének elemzése nélkül. Az utóbbi esetében a linearizált rendszer megfigyelhetősége nem teljesült, azonban kimutatták, hogy a nemlineáris megfigyelhetőség figyelembevételével és több, tartós gerjesztést biztosító becslési lépés alkalmazásával az állapotok mégis becsülhetők.

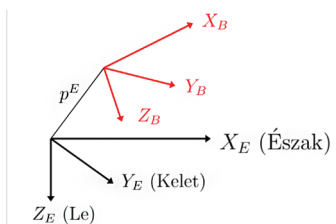
Az IMU mágneses méréseinek (a gyorsulás- és szögsebességmérések mellett) alkalmazását a [7], [9], [10] hivatkozások tárgyalják, de a pozíció-, sebesség- és orientációbecslés együttes vizsgálata kizárólag a [7], [9] munkákban jelenik meg. Az előbbi az IMU, a légadat-rendszer és a távolságmérő berendezések fúzióját vizsgálja GNSS-kimaradások esetére, míg az utóbbi a GNSS- és IMU-adatok szorosan csatolt (*Tightly Coupled*) fúzióját elemzi.

A szerző legjobb tudomása szerint ugyanakkor nem áll rendelkezésre olyan munka, amely az állapotok megfigyelhetőségére és a mágneses mérések esetleges szükségességére figyelve módszeresen vizsgálná a lazán csatolt (*Loosely Coupled*) GNSS-IMU-fúziót – az IMU gyorsulás- és szögsebességméréseit felhasználva –, amelyet korlátozott számítási kapacitású fedélzeti rendszerekben széles körben alkalmaznak. Jelen munka célja e hiány pótlása.

A cikk felépítése a következő: a 2. fejezet bemutatja a nemlineáris kinematikai egyenleteket, amelyek alkalmazhatók a pozíció-, sebesség-, orientáció- és szenzortorzítások becslésére, figyelembe véve a GNSS-pozíció- és sebességméréseket, az IMU gyorsulás és szögsebesség adatait, valamint opcionálisan a mágneses méréseket is. E fejezet két különböző becslési koncepciót is ismertet. A 3. fejezet az állapotok megfigyelhetőségével foglalkozik a két koncepció figyelembevételével. Ezt követi a 4. fejezet, amely valós repülési szenzoradatokon alapuló hangolást és a két koncepció összehasonlítását mutatja be, reflektálva a megfigyelhetőséggel kapcsolatos megállapításokra. Végül az 5. fejezet összegzi a cikk eredményeit.

2. A rendszer egyenletei

A becslési megoldások kidolgozása során figyelembe vett koordináta-rendszereket az 1. ábra szemlélteti. Ezek a földhöz (X_E, Y_E, Z_E) és a testhez rögzített (X_B, Y_B, Z_B) koordináta-rendszerek, ahol az előbbi az Észak–Kelet–Le (*North–East–Down*) rendszerrel egybeesik. Tekintettel arra, hogy a vizsgált járművek viszonylag rövid távolságokat tesznek meg, a földi rendszer inerciarendszernek tekinthető, így az IMU mérései ehhez viszonyítva értelmezhetők. A továbbiakban az E és B felső indexek rendre az adott vektor föld, illetve test koordináta-rendszerbeli reprezentációját jelölik. Feltételezem, hogy az IMU és a mágneses szenzorok a test koordináta-rendszerhez illesztve, ahhoz mereven rögzítve helyezkednek el.



1. ábra

A test (B) és föld (E) koordináta-rendszerek [a szerző]

A teljes állapotbecsléshez szükséges a pozíció, a sebesség és az orientáció dinamikájának felírása, figyelembe véve a gyorsulás- és szögsebességméréseket, valamint azok torzításait és zaját. A kinematikai egyenletrendszert az (1) egyenlet tartalmazza (tankönyvi források alapján, lásd például [10]).

Itt $p^E = [N \ E \ h]^T$ a jármű északi (N), keleti (E) pozícióját és repülési magasságát (h) jelöli. A $v^E = [v_N \ v_E \ v_D]^T$ rendre az Észak–Kelet–Le (NED) irányú sebességkomponenseket tartalmazza, míg G a lefelé irányuló sebesség és a magasságváltozási sebesség közötti transzformációt reprezentálja. Az $a_m^B = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ a test koordináta-rendszerben mért gyorsulás a testhez rögzített IMU feltételezése mellett. A $b_a = [b_{a_x} \ b_{a_y} \ b_{a_z}]^T$ a gyorsulásmérő torzításvektora, míg $n_a \in \mathbb{R}^3$ a gyorsulásmérés zérus várható értékű, Gauss-eloszlású zajvektora, amelynek kovarianciamátrixa $Q_a \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. A $g^E = [0 \ 0 \ g]^T$ a gravitációs gyorsulás vektora a föld koordináta-rendszerben. A $q = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ az elfordulás egységkvaterniók reprezentációja (lásd például [5]). Az $R_{EB}(q)$ a kvaternió alapú, test koordináta-rendszerből a föld koordináta-rendszerbe történő transzformációt megadó forgatási mátrix, amint azt a (2) egyenlet mutatja:

$$\dot{p}^E = G \cdot v^E, G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{v}^E = R_{EB}(q)(a_m^B - b_a - n_a) + g^E \quad (1)$$

$$\dot{q} = Q(q)(\omega_m^B - b_\omega - n_\omega)$$

$$\dot{b}_a = n_{b_a}$$

$$\dot{b}_\omega = n_{b_\omega}$$

$$R_{EB}(q) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Q(q) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

A (3) egyenletben szereplő $Q(q)$ a kvaterniószorzás nem zérus részét reprezentáló mátrix $\begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix}$ szögsebesség-vektor esetén. Az $\omega_m^B = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ a test koordináta-rendszerben mért szögsebesség, a $b_\omega = [b_{\omega_x} \ b_{\omega_y} \ b_{\omega_z}]^T$ ennek torzításvektora, míg $n_\omega \in \mathbb{R}^3$ a szögsebességmérés zérus várható értékű, Gauss-eloszlású zajvektora, $Q_\omega \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ kovarianciamátrixszal.

A szenzortorzítás-vektorokat lassan változó, fehér zajvektorok ($n_{b_a} \in \mathbb{R}^3, n_{b_\omega} \in \mathbb{R}^3$) által gerjesztett Markov-folyamatokként modellezem, amelyek kovarianciamátrixai rendre $Q_{b_a} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, Q_{b_\omega} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

A GNSS-alapú pozíció- és sebességmérések, valamint a földi mágneses vektor test koordináta-rendszerben történő mérése az alábbi módon reprezentálható:

$$\begin{aligned} p_m^E &= p^E + n_p \\ v_m^E &= v^E + n_v \\ H_m^B &= R_{BE}(q)H^E + n_H \end{aligned} \quad (4)$$

Itt $H^E = [H_x \ H_y \ H_z]^T$ a Föld mágneses térerősség vektora az adott földrajzi helyen, $R_{BE}(q) = R_{EB}(q)^T$, továbbá $n_p \in \mathbb{R}^3$, $n_v \in \mathbb{R}^3$, $n_H \in \mathbb{R}^3$ zérusvárható értékű, Gauss-eloszlású mérési zajvektorok, amelyek kovarianciamátrixai rendre $R_p \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $R_v \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $R_H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

A bemutatott egyenletek alapján az u bemeneti, az x állapot és az y , mérési vektorok a következőképpen képezhetők:

$$u = [(a_m^B)^T \ (\omega_m^B)^T]^T \in \mathbb{R}^6 \quad (5)$$

$$x = [(p^E)^T \ (v^E)^T \ q^T \ b_a^T \ b_\omega^T]^T \in \mathbb{R}^{16} \quad (6)$$

a mágneses mérések elhanyagolásával

$$y_1 = [(p_m^E)^T \ (v_m^E)^T]^T \in \mathbb{R}^6 \quad (7)$$

vagy figyelembevételével

$$y_2 = [(p_m^E)^T \ (v_m^E)^T \ (H_m^B)^T]^T \in \mathbb{R}^9 \quad (8)$$

A következő rész a javasolt becslési algoritmust foglalja össze, amelynek célja a rendszer-állapotok meghatározása a rendelkezésre álló mérések alapján.

Az (1) és (4) egyenletekben megadott rendszer az állapotváltozók tekintetében nemlineáris, ezért alkalmazása nemlineáris becslési módszert igényel. A szakirodalomban leggyakrabban alkalmazott eljárások közé tartozik a kiterjesztett Kálmán-szűrő (*Extended Kalman Filter*, EKF) és a hibaállapotú Kálmán-szűrő (*Error State Kalman Filter*, ESKF), lásd például [10], [14]. Jelen munkában az EKF-megoldást választom, mivel az egyszerűbb megvalósítást tesz lehetővé, mint az ESKF.

A vizsgált feladatra vonatkozó diszkrét idejű EKF-egyenletek az alábbiak szerint adhatók meg. A predikciós egyenletek a (9) egyenletben, míg a korrekciós egyenletek a definiált két különböző mérési halmaz (y_1, y_2) esetén a (10) és (11) egyenletekben találhatók.

$$\bar{x}(k+1) = \hat{x}(k) + \begin{bmatrix} G \hat{v}^E(k) \\ R_{EB}(\hat{q}(k)) (a_m^B(k) - \hat{b}_a(k)) + g^E \\ B(\omega_m^B(k)) \hat{q}(k) - Q(\hat{q}(k)) \hat{b}_\omega(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (R_{EB}(\hat{q}(k)) (a_m^B(k) - \hat{b}_a(k)) + g^E) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta t^2 \quad (9)$$

$$\bar{P}(k+1) = F_x(k) \bar{P}(k) F_x(k)^T + F_i(k) Q F_i(k)^T$$

Itt a $\bar{\cdot}$ jel az előrejelzett (prediktált), míg a $\hat{\cdot}$ jel a korrigált becsléseket jelöli. A $P \in \mathbb{R}^{16 \times 16}$ az állapotbecslési hiba kovarianciamátrixa. $B(\omega_m^B(k))$ a szögsebesség és az egységkvaternió közötti kvaterniószorzat reprezentációja a (12) egyenletnek megfelelően.

$F_x(k)$ és $F_i(k)$ rendre a diszkrét idejű, Jacobi-mátrixon alapuló linearizált állapotátmeneti, illetve zajhatásmátrixok $F_x(k)$ és $F_i(k)$ részletes alakját lásd a Függelékben. E mátrixokat az aktuális $\hat{x}(k)$ állapotbecslés, valamint az $a_m^B(k)$ és $\omega_m^B(k)$ mérések behelyettesítésével határozom meg.

$$H_1(k+1) = [I_6 \ 0_{6 \times 10}]$$

$$K(k+1) = \bar{P}(k+1) H_1(k+1)^T (H_1(k+1) \bar{P}(k+1) H_1(k+1)^T + R_1)^{-1}$$

$$\hat{x}(k+1) = \bar{x}(k+1) + K(k+1) (y_1(k+1) - h_1(\bar{x}(k+1))) \quad (10)$$

$$\bar{P}(k+1) = (I_{16} - K(k+1) H_1(k+1)) \bar{P}(k+1) (I_{16} - K(k+1) H_1(k+1))^T + K(k+1) R_1 K(k+1)^T$$

$$\begin{aligned}
 H_2(k+1) &= \begin{bmatrix} I_6 & 0_{6 \times 4} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{3 \times 6} & B_1(\bar{q}(k+1), H^E) & 0_{3 \times 6} \end{bmatrix} \\
 K(k+1) &= \bar{P}(k+1)H_2(k+1)^T(H_2(k+1)\bar{P}(k+1)H_2(k+1)^T + R_2)^{-1} \\
 \hat{x}(k+1) &= \bar{x}(k+1) + K(k+1)(y_2(k+1) - h_2(\bar{x}(k+1)))
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{P}(k+1) &= (I_{16} - K(k+1)H_2(k+1))\bar{P}(k+1)(I_{16} - K(k+1)H_2(k+1))^T + K(k+1)R_2K(k+1)^T \\
 B(\omega_m^B) &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -\omega_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ -\omega_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{12}$$

A fenti egyenletekben Q a blokkdiagonális szerkezetű bemeneti zaj kovarianciamátrixa, míg R_1 és R_2 a blokkdiagonális felépítésű mérési zaj kovarianciamátrixok:

$$\begin{aligned}
 Q &= \begin{bmatrix} Q_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{b_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{b_\omega} \end{bmatrix} \\
 R_1 &= \begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & R_v \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} R_p & 0 & 0 \\ 0 & R_v & 0 \\ 0 & 0 & R_H \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{13}$$

$h_1(\bar{x})$ és $h_2(\bar{x})$ a prediktált állapotokból számított becslött kimeneteket adják meg, feltételezve, hogy a földi mágneses vektor H^E – a megtett távolságok kis mértéke miatt – állandónak tekinthető:

$$h_1(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \bar{p}^E \\ \bar{v}^E \end{bmatrix}, \quad h_2(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \bar{p}^E \\ \bar{v}^E \\ R_{BE}(\bar{q})H^E \end{bmatrix} \tag{14}$$

A $B_1(q, H^E) = \frac{\partial(R_{BE}(q)H^E)}{\partial q}$ tagot a Függelék részletezi.

3. Megfigyelhetőség

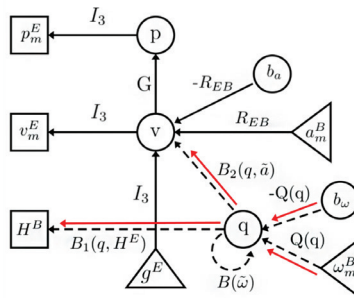
A linearizált rendszer megfigyelhetősége az (F_x, H_1) és (F_x, H_2) párokból felépített megfigyelhetőségi mátrixok alapján vizsgálható (lásd például [7]). A megfigyelhetőségi mátrixokat a MATLAB Symbolic Math Toolbox alkalmazásával határoztam meg, majd különböző állapot- és mérési értékeket helyettesítettem be.

Az első esetben, mágneses mérés nélkül (H_1), a minimális rang 11-nek adódott a következő paraméterek mellett: $q = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $a_m^B = R_{BE}(q)g^E$, $p^E = [0 \ 0 \ 100]^T$, $v^E = [10 \ 0 \ 0]^T$, valamint zérus szögsebesség és torzítások (megjegyezve, hogy nem zérus magasságot és északi irányú sebességet feltételeztem). Nem zérus szögsebesség alkalmazásával a rang 13-ra növekedett, azonban több reális, nem zérus paraméterkombináció vizsgálata mellett sem érte el a szükséges 16-os értéket (az állapotvektor dimenzióját). A b_a vagy b_ω

torzításvektorok valamelyikének elhagyása 13-ra csökkentette az állapotok számát, miközben a rang 13 maradt, így teljes állapotmegfigyelhetőség adódott. Ez azt mutatja, hogy mindkét torzításvektor egyidejű megfigyelése további mérések nélkül nem lehetséges.

A második esetben mágneses méréssel (H_2) a minimális rang 15 volt (azonos paraméterek mellett), és bármely nem zérus szögsebesség vagy szögsebesség-torzítás alkalmazása esetén 16-ra növekedett, azaz a mátrix teljes rangúvá vált. Következésképpen a mágneses mérés bevonása a rendszert megfigyelhetővé teszi megfelelő, tartós forgási gerjesztés mellett.

Részletesebb és intuitívabb megfigyelhetőségi vizsgálat végezhető gráfalapú megközelítéssel (lásd például [1]), amely segíti a függőségek feltárását, valamint a szingularitás miatt potenciálisan megszűnő kapcsolatok részletes elemzését. A rendszer következtetési diagramja, amely már a mágneses mérést is tartalmazza a 2. ábrán látható. Az ábra jelöli a potenciálisan megszűnő kapcsolatokat, azaz a lehetséges szinguláris $Q(q)$, $B_1(q, H^E)$, $B_2(q, \tilde{a})$, valamint $B(\tilde{\omega})$ mátrixokat (a részletes definíciókat lásd fentebb és a Függelékben).



2. ábra

A becslő következtetési diagramja

Megjegyzés: A folytonos fekete vonalak a soha el nem tűnő, a szaggatottak pedig a potenciálisan eltűnő kapcsolatok. A piros vonalak a potenciálisan eltűnő kapcsolatok vizsgálata során megtalált valós esetben soha el nem tűnő kapcsolatokat mutatják [a szerző]

A $Q(q)$ mátrix rangja mindig három (azaz teljesrangú), mivel az egységkvaternió elemei különböző sorokban szerepelnek, és az egységkvaternió nem lehet zérusvektor. A $B_1(q, H^E)$ mátrix csak akkor lehet szinguláris, ha $\det(B_{1i}) = 0$, $\forall i \in [1 \dots 4]$ mivel H^E sohasem zérus. A kvaternió-elemek figyelembevételével a $\det(B_{1i})$ determinánsok vektora $8[q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T = 8q$, amely sohasem zérus, így szingularitás nem léphet fel. Hasonló megállapítás érvényes a $B_2(q, \tilde{a})$ mátrixra is, mivel a transzponált mátrixok determinánsai megegyeznek. Itt $\tilde{a}$ csak abban az esetben lehet zérus, ha a gyorsulásszenzor torzításvektora megegyezik a mért gyorsulással, azonban a gyorsulásmérések a gravitációt is tartalmazzák (tehát nem lehetnek zérusak). Ez a gyakorlatban lehetetlen eset. A $B(\tilde{\omega})$ mátrix zérussá válhat, ha $\tilde{\omega} = 0$, így ez potenciálisan megszűnő kapcsolatot jelent. Ez azonban kizárólag a kvaternióorientációnak a saját dinamikájára gyakorolt hatását érinti, és nem befolyásolja az állapotok és a mérések közötti kapcsolatokat.

A soha meg nem szűnő kapcsolatok vizsgálata azt mutatja, hogy a mágneses vektor mérése nélkül a gyorsulás- és a szögsebesség-torzításokra vonatkozó információ kizárólag a sebességállapoton keresztül nyerhető ki, ami potenciális kétértelműséget okozhat a becsülésükben. Ez megerősíti a lineáris megfigyelhetetlenségre vonatkozó eredményeket.

Ez a kétértelműség könnyen levezethető az (1) egyenletben szereplő sebességdinamikából, feltételezve egy ΔR forgáshibát, amelyet a szögsebesség-torzítás okoz. Ez a hiba elfedhető egy megfelelően megválasztott gyorsulástorzítási taggal (b'_a), amely az ideális és a hibás egyenletek azonosságát eredményezi:

$$\begin{aligned} \dot{v}^E &= R_{EB}(q)(a_m^B - b_a) + g^E = R_{EB}(q)\Delta R(a_m^B - b'_a) + g^E \\ b'_a &= (I - \Delta R^T)a_m^B + \Delta R^T b_a \end{aligned} \quad (15)$$

Eközben a mágneses vektor mérése a gyorsulástól független információt szolgáltat a szögsebesség dinamikájáról és annak torzításáról, ezáltal megszüntetve a gyorsulás- és szögsebesség-torzítás közötti kétértelműséget. Következésképpen, amennyiben a helyzet (pozíció és orientáció) mellett mind a gyorsulás-, mind a szögsebesség-torzítás becslése is cél, úgy elengedhetetlen valamely orientációval kapcsolatos mérés – például a mágneses mérés – alkalmazása.

A következő fejezet az eljárások összehasonlítását mutatja be egy multikopter valós repülési szenzoradatainak felhasználásával.

4. Tesztelés valós repülési adatokon

Valós repülési IMU- és GNSS-adatokat gyűjtöttem egy DJI M600 Pro multikopterrel [6], amely a ZalaZONE Smart City tesztpályamodul felett téglalap alakú repülőgépszerű (bedöntéseket alkalmazó) repülési mintát hajtott végre. A DJI fedélzeti helyzetbecslő algoritmust alkalmaz, ezért a becsült orientációs adatok (Euler-szögek) is rendelkezésre állnak összehasonlítás céljából. Ezeket a becsléseket a drón szabályozására használják, ami nagy pontosságú, ezért a fedélzeti becslések referenciaként megfelelően pontosnak tekinthetők.

A repülés kezdeti, mozdulatlan szakaszát figyelembe véve meghatároztam az IMU-mérések kovarianciáit, valamint a normalizált H^E földi mágneses vektort (amelyet a teljes repülés során állandónak tekintettem). A GNSS-pozíció- és sebességmérések zajkovarianciáit reális értékekre állítottam, anélkül hogy azokat közvetlenül a mérésekből becsültem volna, mivel nyugalmi állapotban nem zajszerű ingadozás, hanem inkább lassú *drift* figyelhető meg, így a reális kovarianciák nem határozhatók meg megbízhatóan az adatokból.

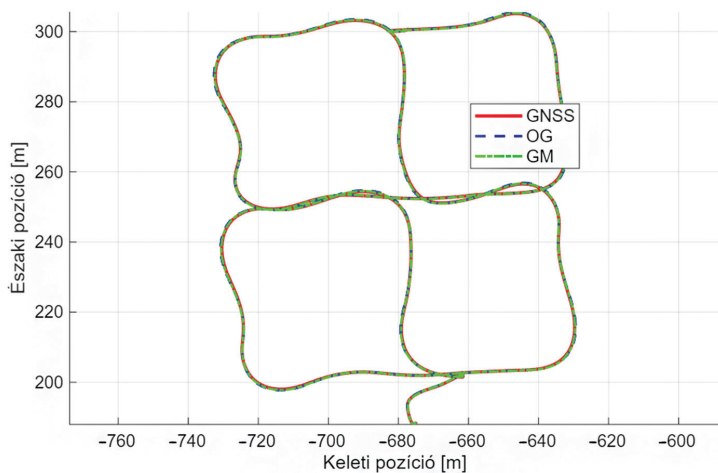
Mindkét szűrőt próbálgatásos módszerrel hangoltam, az eredeti zajkovarianciák skálázásával, annak érdekében, hogy a DJI-adatokhoz viszonyítva a lehető legjobb becslési eredményeket érjem el. A mérésekhez nem adtunk hozzá további gyorsulás- vagy szögsebesség-torzítást. A becslési eredményeket a 3–7. ábrák mutatják be. Az „OG” jelölés kizárólag GNSS-mérések alkalmazását jelenti [a (10) egyenlet szerint], míg a „GM” jelölés GNSS + mágneses mérések együttes felhasználását a (11) egyenlet szerint] a szűrőben. Bár a felszállás utáni repülési idő mindössze 150 s, a drón ez alatt körülbelül 750 m távolságot tett meg (a repülési sebesség 5 m/s) több fordulót végrehajtva, így az eredmények reprezentatívnak tekinthetők.

A 3. ábra azt mutatja, hogy a GNSS által mért pozíciótrajektóriát mindkét becslő megfelelően követi; ez nem meglepő, hiszen közvetlen mérésről van szó, és a hangolás lehetővé teszi a mért jelek pontos követését.

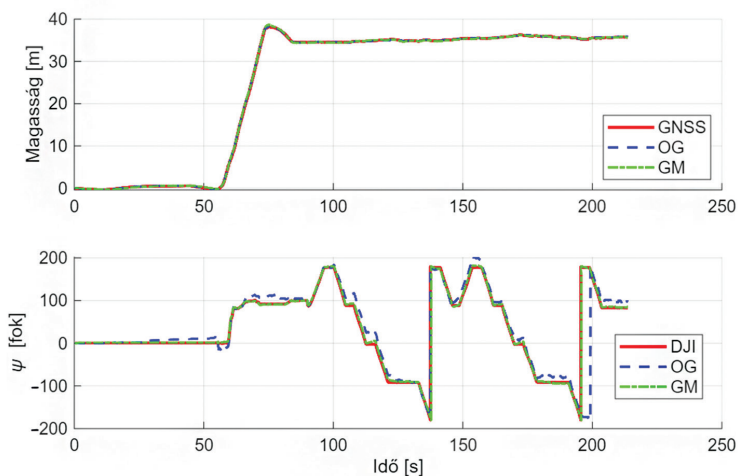
A 4. ábra szemlélteti, hogy a magasságmérést mindkét módszer jól követi. Az Euler-szögek tekintetében az eredmények összevethetők a DJI fedélzeti becsléseivel, amelyek a robotpilóta működésének alapját képezik, így pontos referenciának tekinthetők. Az OG-szűrő által

becsült legyezési szög egyes szakaszokon jelentős hibát mutat, míg a GM-szűrő jól követi a DJI-becsléseket. Az 5. ábra a bedöntési és bólintási szögek becsléseit mutatja, hasonló tendenciával: a GM-szűrő pontosabb eredményeket szolgáltat.

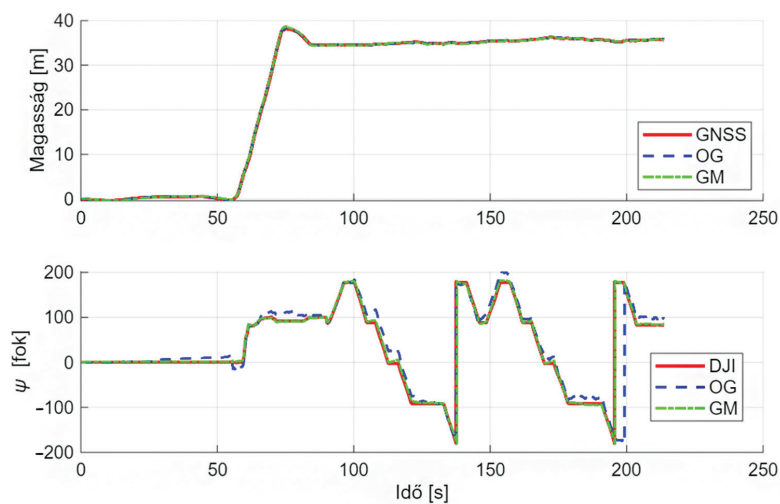
A zérus hozzáadott torzítások melletti torzításbecsléseket vizsgálva megállapítható, hogy a GM-szűrő teljesítménye kedvezőbb, mivel a becsült torzítások közelebb esnek a zérushoz (lásd 6. és 7. ábra). Megjegyzendő, hogy a becsült értékek itt sem pontosan zérusak, különösen a gyorsulástorzítások esetében (6. ábra), ami a mért adatokban ténylegesen jelen lévő torzítások következménye lehet. A DJI azonban nem publikálja a saját torzításbecsléseit, így azokkal a közvetlen összehasonlítás nem lehetséges.



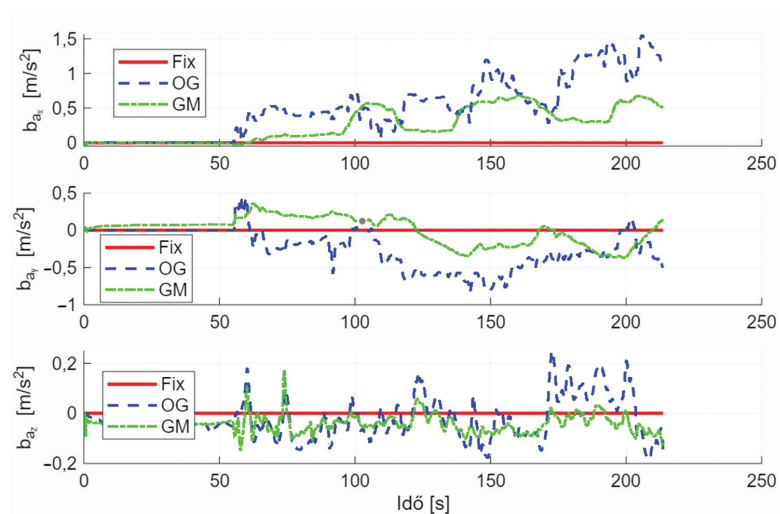
3. ábra
Mért és becsült repülési pályák az észak-kelet síkon [a szerző]



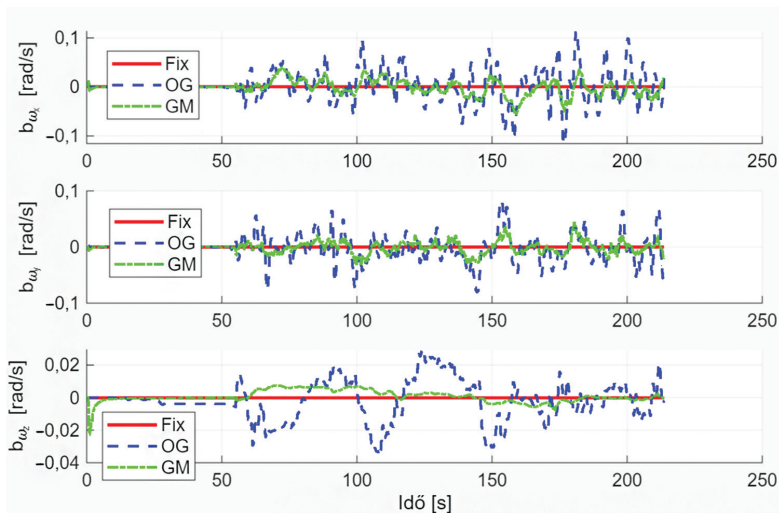
4. ábra
Mért és becsült repülési magasság és legyezési szög [a szerző]



5. ábra
Mért és becsült bedöntési és bólintási szögek [a szerző]



6. ábra
Valós és becsült gyorsulásszenzor-torzítások [a szerző]



7. ábra

Valós és becsült szögsebességszenzor-torzítások [a szerző]

A szűrők zérus hozzáadott torzításokra hangolását követően $b_a = [1, -0,5, 2]^T \left[\frac{m}{s^2} \right]$ és

$b_\omega = [0,08, -0,05, 0,03]^T \left[\frac{rad}{s} \right]$ torzításokat adtunk a mért értékekhez a hangolt algo-

ritmusok torzítástűrésének vizsgálata céljából. Az eredmények az OG-konceptió működésképtelenségét és a GM-megközelítés sikerességét mutatják. A 8. ábra szemlélteti, hogy az OG-szűrő legyezési szög becslése elfogadhatatlan: gyors váltásokat mutat $\pm 180^\circ$ között, valamint jelentős eltérést a DJI-becslésekhez képest. Ezzel szemben a GM-szűrő a hozzáadott torzítások ellenére is jól követi a DJI-referenciabecsléseket.

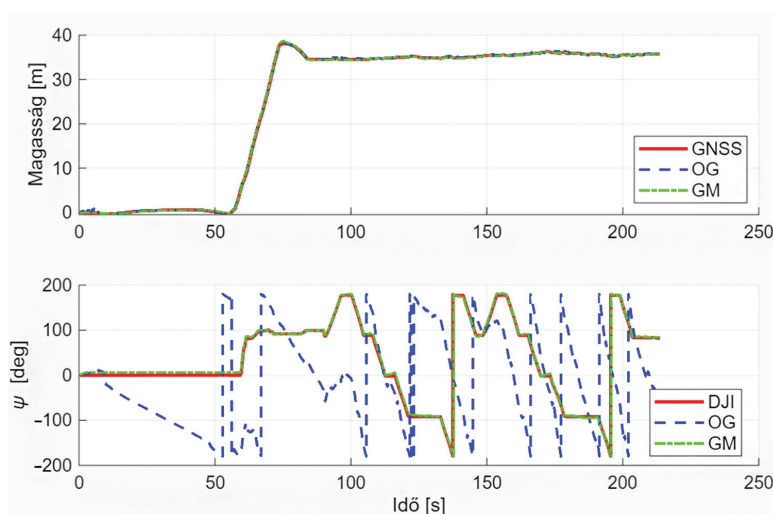
Az OG-szűrő bedöntési és bólintási szög becslései szintén elfogadhatatlanok, mivel a DJI-referenciabecslésekhez viszonyítva néhol még előjel tekintetében is ellentétes értékeket szolgáltatnak. Ezzel szemben a GM-szűrő becslései továbbra is közel maradnak a DJI által szolgáltatott referenciaértékekhez (9. ábra).

A 10. és 11. ábrákon bemutatott torzításbecslések megerősítik ezeket az eredményeket: a GM-szűrő sikeres torzításbecslést végez, míg az OG-módszer jelentős hibákat mutat. A 10. ábra szerint a GM-módszer esetében a b_{ay} komponensben állandó eltérés figyelhető meg, valamint a drón mozgásának megkezdése előtt közel állandó értékek adódnak, azonban a mozgás elindulását követően a becslések gyorsan konvergálnak a megadott torzításértékekhez. A b_{ax} esetében nagyobb eltérés tapasztalható, azonban ez a torzításmentes esetben is jelen volt (lásd 6. ábra). Az OG-szűrő ezzel szemben jelentős eltéréseket mutat, különösen a b_{ax} komponens esetében.

A 11. ábra azt szemlélteti, hogy a GM-szűrő szögsebesség-torzítás becslései közel esnek a megadott értékekhez, míg az OG-módszer nagy hibákat, sőt a $b_{\omega z}$ komponens esetében

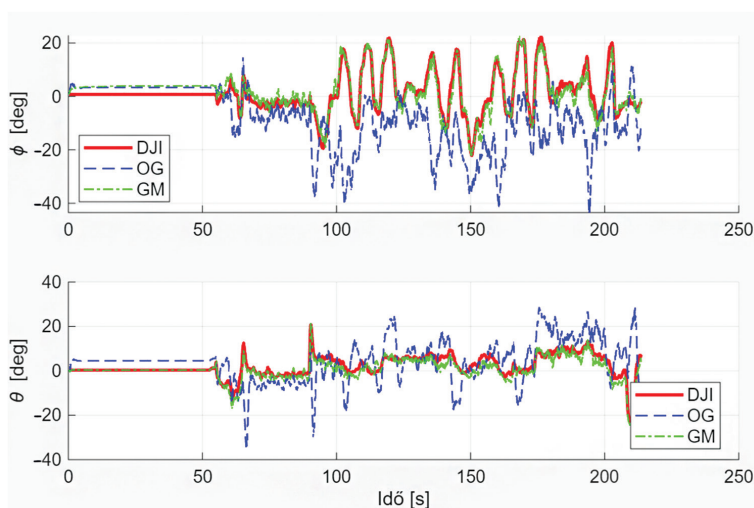
divergenciát mutat. Ez magyarázatot ad a legyezési szög becslésében megfigyelhető többszöri 360°-os elfordulásokra, amelyek a rendszer valós dinamikájában nem jelentkeznek.

Összefoglalásként megállapítható, hogy a megfigyelhetőségi vizsgálatok eredményeit a szűrőkön végzett kísérleti tesztek is alátámasztják: amennyiben cél mind a gyorsulás, mind a szögsebesség-érzékelők torzításainak becslése, úgy a GNSS-alapú pozíció- és sebességmérések mellett mágneses (vagy más, orientációval kapcsolatos) mérések alkalmazása is szükséges.



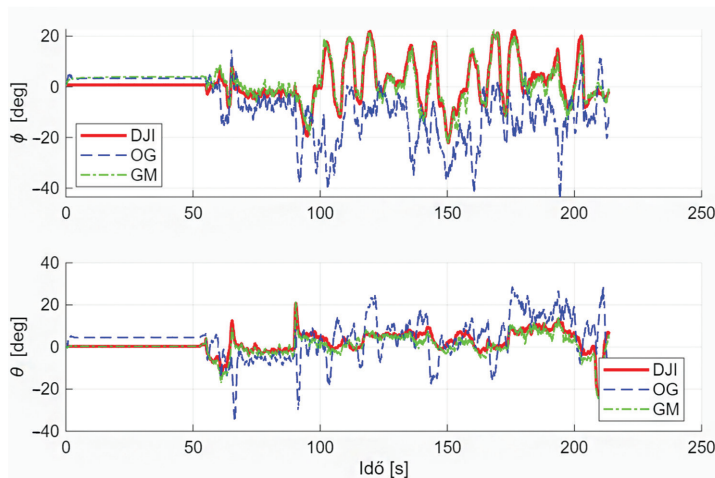
8. ábra

Mért és becsült repülési magasság és legyezési szög [a szerző]

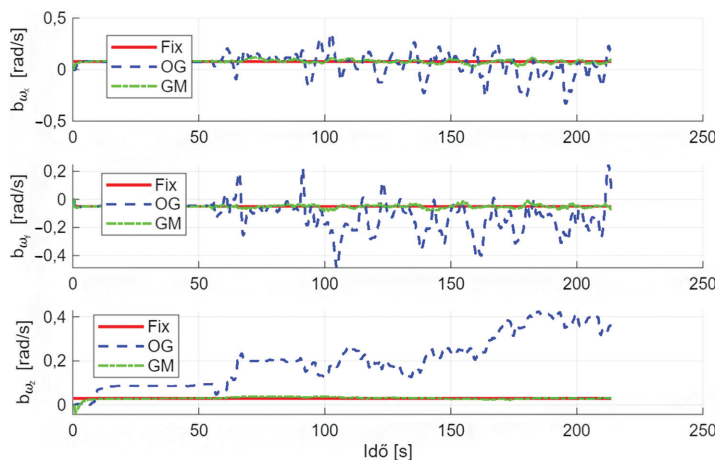


9. ábra

Mért és becsült bedöntési és bólintási szögek [a szerző]



10. ábra
Valós és becsült gyorsulásszenzor-torzítások [a szerző]



11. ábra
Valós és becsült szögsebességszenzor-torzítások [a szerző]

5. Összegzés és továbblépés

Jelen cikk a szenzortorzítás-becslés kétértelműségének problémájával foglalkozik GNSS–IMU-mérésfúzió alapuló helyzetbecslés esetén. A vonatkozó szakirodalom rövid áttekintését követően megfogalmazza a pozíció-, sebesség- és orientációdinamikát leíró kinematikai egyenleteket, figyelembe véve a gyorsulás- és szögsebességméréseket. A lassan változó, lehetséges gyorsulás- és szögsebesség-torzítások modellezése és figyelembevétele szintén megtörténik.

Két kiterjesztett Kálmán-szűrő (EKF) alapú állapotbecslőt valósított meg: az egyik kizárólag GNSS-alapú pozíció- és sebességméréseket alkalmaz, míg a másik ezeket mágneses mérésekkel egészíti ki. Az állapotok megfigyelhetőségét mindkét mérési halmaz esetén vizsgáltam, a linearizált modell mátrixai, valamint a nemlineáris rendszer következtetési diagramja alapján. Mindkét megközelítés azt mutatja, hogy a gyorsulás- és szögsebesség-torzítások együttesen csak akkor figyelhetők meg, ha a mágneses méréseket is bevonom. Ellenkező esetben kétértelműség áll fenn a torzításértékek között.

Mindkét szűrőt egy multikopter valós repülési GNSS- és IMU-adatai alapján hangoltam, zérus hozzáadott torzítások mellett. Az eredményeket a multikopter fedélzeti, gyári állapotbecsléseivel hasonlítottam össze. A mágneses méréseket is alkalmazó második szűrő a hangolást követően kedvezőbb teljesítményt mutatott, és a mérésekhez hozzáadott torzítások esetén is megfelelően működött, míg az első szűrő elfogadhatatlan eredményeket adott.

Összegzésként megállapítható, hogy a pozíció, sebesség és orientáció, valamint mind a gyorsulás-, mind a szögsebesség-torzítások pontos becsléséhez a GNSS-alapú pozíció- és sebességmérések mellett szükséges valamilyen orientációval kapcsolatos információ (például mágneses mérés) bevonása is.

Függelék: részletes rendszermátrixok

$B_1(q, H^E) = \frac{\partial(R_{BE}(q)H^E)}{\partial q}$ a test rendszerbeli mágneses mérés kvaternió szerinti deriváltja

az alábbiak szerint:

$$\begin{aligned} B_1(q, H^E) &= 2[B_{11}H^E \quad B_{12}H^E \quad B_{13}H^E \quad B_{14}H^E] \\ B_{11} &= \begin{bmatrix} q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix}, \quad B_{12} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ q_2 & -q_1 & q_0 \\ q_3 & -q_0 & -q_1 \end{bmatrix} \\ B_{13} &= \begin{bmatrix} -q_2 & q_1 & -q_0 \\ q_1 & q_2 & q_3 \\ q_0 & q_3 & -q_2 \end{bmatrix}, \quad B_{14} = \begin{bmatrix} -q_3 & q_0 & q_1 \\ -q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (F1)$$

Az F_x diszkrét idejű, Jacobi linearizált állapot átmeneti mátrix (9) alapján az alábbi alakban adható meg:

$$F_x = \begin{bmatrix} I_3 & G\Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_3 & B_2(q, \tilde{a}_m)\Delta t & -R_{EB}(q)\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & I_4 + B(\tilde{\omega}_m)\Delta t & 0 & -Q(q)\Delta t \\ 0 & 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (F2)$$

ahol $B_2(q, \tilde{a}_m) = 2[B_{11}^T \tilde{a}_m \quad B_{12}^T \tilde{a}_m \quad B_{13}^T \tilde{a}_m \quad B_{14}^T \tilde{a}_m]$, $\tilde{a}_m = a_m^B(k) - \bar{b}_a(k)$ (az idő-indexeket az egyszerűség kedvéért elhagytam) és $\tilde{\omega}_m = \omega_m^B(k) - \bar{b}_\omega(k)$ a további tagokat a 2. fejezetben definiáltam.

Az F_i diszkrét idejű, linearizált zajhatás mátrix az alábbi formában adható meg (1) és (9) alapján (minden elemét már korábban definiáltam):

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{EB}(q) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q(q) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (F3)$$

Felhasznált irodalom

- [1] L. A. Aguirre, L. L. Portes, C. Letellier, „Structural, Dynamical and Symbolic Observability: From Dynamical Systems to Networks,” *PLOS One*, 13. évf. 10. sz. 2018. Online: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206180>
- [2] C. V. Angelino, V. R. Baraniello, L. Cicala, „UAV Position and Attitude Estimation Using IMU, GNSS and Camera,” *2012 15th International Conference on Information Fusion*, pp. 735–742. 2012.
- [3] M. N. Cahyadi et al., „Analysis of GNSS/IMU Sensor Fusion at UAV Quadrotor for Navigation,” *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1276(1). 2023. Online: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1276/1/012021>
- [4] H.-J. Chu et al., „GPS/MEMS INS Data Fusion and Map Matching in Urban Areas,” *Sensors*, 13. évf. 9. sz. pp. 11280–11288. 2013. Online: <https://doi.org/10.3390/s130911280>
- [5] J. Chou, „Quaternion Kinematic and Dynamic Differential Equations,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8. évf. 1. sz. pp. 53–64. 1992. Online: <https://doi.org/10.1109/70.127239>
- [6] DJI M600 Pro Hexacopter. 2017. Online: <https://www.dji.com/hu/matrice600-pro>
- [7] M. Farkas, *Position and Attitude Estimation of Moving Platforms Using a Tightly Coupled Sensor Fusion*, PhD Thesis, Budapest University of Technology and Economics Hungary, 2025. Online: <https://repozitorium.omikk.bme.hu/bitstreams/f8af0efe-fb2f-45d6-9876-4dd3d084d02a/download>
- [8] D. Gebre-Egziabher, R. Hayward, J. Powell, „A Low-Cost GPS/Inertial Attitude Heading Reference System (AHRS) for General Aviation Applications,” *IEEE 1998 Position Location and Navigation Symposium (Cat. No.98CH36153)*, pp. 518–525. 1998. Online: <https://doi.org/10.1109/PLANS.1998.670207>
- [9] D. Gebre-Egziabher, *Design and Performance Analysis of a Low-Cost Aided Dead Reckoning Navigator*, PhD Thesis, California, Stanford University, 2002. Online: <https://web.stanford.edu/group/scpnt/gpslab/pubs/theses/DemozGebreEgziabherThesis01.pdf>
- [10] D. Gebre-Egziabher, S. Gleason, *GNSS Applications and Methods*. Artech House, 2009.
- [11] K. Gustavsson, *UAV Pose Estimation using Sensor Fusion of Inertial, Sonar and Satellite Signals*, Master's Thesis, Uppsala University, Disciplinary Domain of Science and Technology, Mathematics and Computer Science, Department of Information Technology, Division of Systems and Control, 2015. Online: <https://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:827236/FULLTEXT01.pdf>
- [12] C. Jekeli, *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Berlin, New York, De Gruyter, 2001.

- [13] A. Nemra, N. Aouf, „Robust INS/GPS Sensor Fusion for UAV Localization Using SDRE Nonlinear Filtering,” *IEEE Sensors Journal*, 10. évf. 4. sz. pp. 789–798. 2010. Online: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2009.2034730>
- [14] M. L. Sollie, T. H. Bryne, T. A. Johansen, „Pose Estimation of UAVs Based on INS Aided by Two Independent Low-Cost GNSS Receivers,” *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pp. 1425–1435. 2019. Online: <https://doi.org/10.1109/ICUAS.2019.8797746>
- [15] R. Wolf et al., *An Integrated Low Cost GPS/INS Attitude Determination and Position Location System*. Munich, Institute of Geodesy and Navigation (IfEN), University FAF, 2016.

Sensor Bias Ambiguity in GNSS-IMU Pose Estimation and its Solution

This article deals with the topic of pose and sensor bias estimation based on global navigation satellite system (GNSS) and inertial measurement unit (IMU) measurements, which is a widely discussed topic but usually by omitting the rigorous check of state observability leading to the suspicion of invalid assumptions. The current work underlines this suspicion by pointing out through observability calculations that to estimate position, velocity, orientation and acceleration, and angular rate biases of a system, orientation-related measurements should be included besides GNSS position and velocity data. Such measurement can be the magnetic vector. Theoretical results are underlined by tests considering real flight GNSS and IMU data of a DJI M600 Pro multicopter and comparing the results to the onboard DJI pose estimator.

Keywords: *estimation and filtering, vehicle pose, extended Kalman filter, GNSS–IMU fusion, autonomous systems, observers for nonlinear systems, sensor fusion, observability issues*

Dr. Bauer Péter, PhD
tudományos főmunkatárs
HUN-REN Számítástechnikai
és Automatizálási Kutatóintézet (SZTAKI)
Széchenyi István Egyetem (SZE)
bauer.peter@sztaki.hun-ren.hu
[orcid.org/ 0000-0002-1925-2270](https://orcid.org/0000-0002-1925-2270)

Péter Bauer, PhD
Senior Research Fellow
HUN-REN Institute for Computer Science
and Control (SZTAKI)
University of Győr
bauer.peter@sztaki.hun-ren.hu
[orcid.org/ 0000-0002-1925-2270](https://orcid.org/0000-0002-1925-2270)

A publikációban szereplő kutatást a HUN-REN SZTAKI és az SZE az Európai Unió támogatásával valósította meg, az Autonóm Rendszerek Nemzeti Laboratórium keretében (RRF-2.3.1-21-2022-00002).

A TKP2021-NVA-01 számú projekt az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NVA pályázati program finanszírozásában valósult meg.