

Antal Péter, Péni Tamás, Tóth Roland

## Autonóm kvadrokopterek modellezése, identifikációja és geometriai szabályozása agilis manőverezéshez

*A cikk egy több lépésből álló eljárást mutat be beltéri kvadrokopter dinamikus mozgásmodelljének megalkotására, a modellben lévő fizikai paramétereinek identifikációjára, illetve a modellre épülő pályakövető szabályozás megtervezésére. Az eljárás célja, hogy meggyorsítsa egy új kvadrokopterkonstrukció üzembe helyezését, azaz a drón minél rövidebb idő alatt váljon képessé agilis manőverek precíz végrehajtására. A modellezés és szabályozótervezés elméleti hátterének rövid bemutatása után a javasolt konkrét eljárás lépéseit egy valós kvadrokopter példáján mutatjuk be. A módszer sikerességét valós repülési tesztekkel vizsgáljuk és értékeljük.*

**Kulcsszavak:** kvadrokopter, dinamikai modell, paraméteridentifikáció, nemlineáris irányítás, beltéri navigáció

### 1. Bevezetés

A kvadrokopterek folyamatos fejlődése az elmúlt évek során azt eredményezte, hogy ma már számos területen alkalmazzák őket, mint például felderítés mentőakciók során, kamerafelvétel készítése hírközlés céljából, illetve mezőgazdasági monitorozás. Alkalmazási területeik folyamatos bővülésével a kvadrokoptereknek egyre összetettebb képességekkel kell rendelkeznie, mint agilis manőverezés akadályok közötti szűk helyeken, kooperáció több drónnal, emberekkel való együttműködés, illetve akrobatikus manőverek bemutatása. A komplex képességek elsajátítását és a széles körű alkalmazhatóságot segíti a kvadrokopterek moduláris felépítése is, hiszen az egyes komponensek (motorok, forgószárnyak, akkumulátor, érzékelők) kiválasztását az elvégzendő feladathoz lehet igazítani. Agilis manőverezéshez erős motorok és kis tömeg szükséges, ekkor azonban jellemzően csökken a repülési üzemidő. Ezzel szemben mezőgazdasági monitorozásnál fontos, hogy minél tovább tudjon repülni a drón egy akkumulátorral, viszont jellemzően kevésbé van szükség gyors, pontos manőverek végrehajtására.

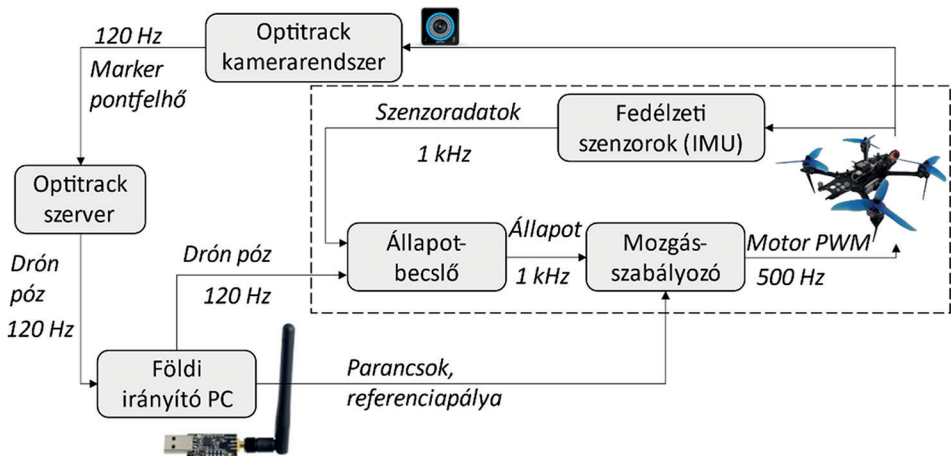
Jelen munka célja, hogy bemutassa egy új, részben ismeretlen paraméterekkel rendelkező kvadrokopter modellezését, paraméteridentifikációját és szabályozását annak érdekében, hogy a járművel minél gyorsabb manővereket lehessen végrehajtani, minél precízebb pályakövetés mellett. Fontos célkitűzés, hogy minél kevesebb idő alatt, minél kevesebb szakértői tudás hozzáadásával lehessen elvégezni az egyes lépéseket, így egy új kvadrokopterkonstrukciót minél rövidebb idő alatt lehessen üzembe helyezni. A munka beltéri kvadrokopternavigációra

fókuszál, ahol adott egy külső pozicionáló rendszer és limitáltak a környezeti hatások, így ideális körülmények között tesztelhetők új irányítási algoritmusok.

Agilis manőverek végrehajtásához szükséges, hogy a drón fizikai képességeit teljes mértékben ki tudjuk használni. Erre csak olyan szabályozási algoritmusok képesek, amelyek a drón teljes működési tartományán érvényes, nemlineáris dinamikus modelljén alapulnak. A legelterjedtebb irányítási módszerek, (PID, LQR), a kvadrokopter munkapont körül linearizált modelljét használják, így nem képesek a teljes működési tartományon garantálni az elvárt stabilitást és szabályozási teljesítményt [1], ezért ezeknél komplexebb irányítási stratégiára van szükség. Ilyen algoritmusok tervezéséhez jól használhatók nemlineáris irányítási módszerek, amilyen az irodalomban széles körben alkalmazott geometriai szabályozás [2].

## 2. Beltéri navigációs rendszer és az egyedi tervezésű drón

Az Eötvös Loránd Kutatási Hálózat, Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratóriumának AIMotionLab tesztkörnyezete azért jött létre, hogy különböző autonóm mobilis robotok (földi és légi járművek) pályatervezési és szabályozási algoritmusait hatékonyan lehessen fejleszteni, implementálni és tesztelni. A beltéri navigációs rendszer felépítését az 1. ábrán látható blokkvéma mutatja be.



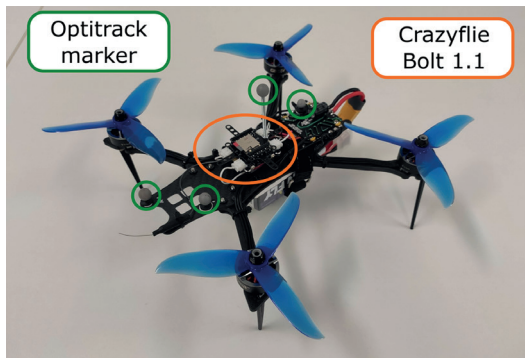
1. ábra

AIMotionLab tesztkörnyezet összeállítása autonóm kvadrokopterek beltéri navigációjához [a szerzők]

Beltéri agilis manőverezéshez szükséges pozicionálásra több megoldás is alkalmazható. Ezeknek egyik változata, ahol a szenzor a kvadrokopteren helyezkedik el, mint például az *optical flow* alapú lokalizáció, illetve fedélzeti kamerák elhelyezése kiegészítve egyidejű lokalizáció és térképezés (SLAM) algoritmussal. A fedélzeti szenzorokkal megoldható lokalizáció megbízhatósága és pontossága azonban messze elmarad a külső pozicionáló rendszerektől, amelyekre példa az ultraszélessávú (UWB), WiFi alapú, kódolt fény alapú és infrakamera alapú megoldások. Ezek közül mi a legutóbbit választottuk, pontossága és megbízhatósága miatt.

A lokalizációra tehát Optitrack mozgáskövető (*motion capture*) rendszert alkalmazunk 14 db Prime 13 infrakamerával, amely milliméter alatti pontosságot biztosít a kvadkopterre rögzített markerek pozíciójának meghatározásakor az erre kialakított  $3 \times 3 \times 2$  m nagyságú, téglalast alakú repülési térben [3]. A kameraképeket egy szerver számítógép dolgozza fel, amely kiszámolja a drón pozícióját és orientációját (vagyis a pózt), és továbbküldi a földi irányítást végző számítógépnek. Ez a számítógép valós időben kommunikál a drónnal rádiókapcsolaton keresztül, és 120 Hz frekvenciával továbbítja a mérési adatokat, illetve igény esetén egyéb parancsokat (például fel- és leszállás, referenciapálya). Az Optitrack méréseit egy állapotbecslő algoritmus egyesíti a fedélzeti szenzor méréseivel, majd ezt használja fel a mozgásszabályozó algoritmus ahhoz, hogy előállítsa a motorok bemeneteként szolgáló PWM- (impulzusszélesség-moduláció) jeleket.

A földi irányításra alkalmazott számítógépen a Skybrush Server elnevezésű drónmenedzsment-szoftver fut az általunk fejlesztett bővítménnyel kiegészítve [4]. Ez a keretrendszer felelős az Optitrack mérések továbbításáért, és a magas szintű irányításért. Utóbbi magában foglalja a referenciapályák feltöltését, fel- és leszállási parancsok kiadását, biztonsági funkciókat (egyes belső állapotok ellenőrzésén keresztül), illetve a beágyazott fedélzeti számítógépen futó program fordítását és feltöltését. Az asztali számítógép és a kvadkopter közötti kommunikáció a Crazyradio egységen keresztül történik, CRTP (*Crazy RealTime Protocol*) alkalmazásával [5].



2. ábra

*Bumblebee kvadkopter fényvisszaverő markerekkel felszerelve [a szerzők]*

Jelen munka során a 2. ábrán látható, saját fejlesztésű, Bumblebee névre keresztelt kvadkopter példáján keresztül mutatjuk be a modellezési, paraméteridentifikációs és szabályozási eljárásokat. A kvadkopter alapját egy egyedi tervezésű 250 mm széles karbonszálaz váz adja, ehhez van rögzítve a 3 cellás LiPo akkumulátor, illetve 4 db GEPRC GR2306.5 2450KV BLDC motor, amelyeknek mindegyike DALProp Dydlone T5045C Pro forgószárnyal van felszerelve. A kvadkopter komponenseit úgy választottuk ki, hogy a jármű képes legyen megemelni legalább 250 g hasznos terhet, és egy frissen feltöltött akkumulátorral legalább 10 percig tudjon folyamatosan repülni. A repülésszabályozó rendszer egy Crazyflie Bolt 1.1 egységen fut, amely fel van szerelve egy inerciális mérőegységgel, amely tartalmaz 3 szabadságfokú gyorsulásmérőt és giroszkópot [5]. A kvadkopter tervezésénél azért esett a választásunk

a Crazyflie Bolt egységre, mert korábban több kutatást és fejlesztést is végeztünk Crazyflie 2.1 kvadrokopterekkel, amelyek megegyező fedélzeti egységgel vannak felszerelve (ezzel kapcsolatban több publikáció is született, például [6], [7]). Az inerciális szenzor mellett a Bolt egység rendelkezik két mikrokontrollerrel: egy STM32F405 futtatja az állapotbecslő és szabályozó algoritmusokat, egy nRF51822 pedig a földi irányító számítógéppel való rádiós kommunikációt és a komponensek közötti villamos teljesítmény elosztását végzi.

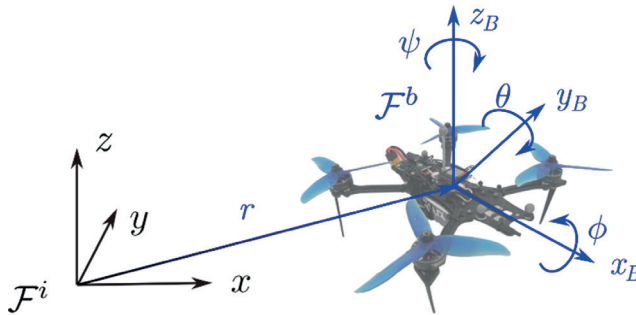
### 3. Kvadrokopter modellezése

#### 3.1. Felhasznált koordináta-rendszerek

A kvadrokopter dinamikai egyenleteinek felírásához két koordináta-rendszert alkalmazunk. Az első a világ koordináta-rendszer, amelyet  $\mathcal{F}^i$  jelöl, és statikus a kvadrokopter környezetéhez képest, a második pedig a kvadrokopter tömegközéppontjához rögzített, amelyet  $\mathcal{F}^b$  jelöl. A két koordináta-rendszer közötti transzformációt egy transláció és egy rotáció kombinációjával írjuk le, amelyeket  $r \in \mathbb{R}^3$ , illetve  $R \in SO(3)$  jelöl, ahol  $SO(3)$  a  $3 \times 3$  méretű speciális ortogonális mátrixok csoportja. E csoport elemeivel térbeli forgatást lehet leírni, ezért rotációs mátrixoknak nevezzük őket, amelyekre igazak a következő tulajdonságok:

$$RR^T = I \quad \det(R) = 1 \quad (1)$$

ahol  $I$  a 3 dimenziós egységmátrix,  $\det(\cdot)$  pedig a determinánst jelöli. A 3D térbeli eltolás és forgatás kombinációjával létrejött transzformációkat a speciális euklideszi csoport  $[SE(3)]$  tartalmazza, amely a kvadrokopter konfigurációs sokaságaként is értelmezhető. A koordináta-rendszerek és a közöttük lévő eltolás vektorának illusztrációja a 3. ábrán látható.



3. ábra

A modell leírásához alkalmazott koordináta-rendszerek és a kvadrokopter forgási szögeinek ábrázolása [a szerzők]

A kvadrokopter orientációja az  $\mathcal{F}^b$  koordináta-rendszerben leírható a 3. ábrán szemléltetett dőlési (roll,  $\phi$ ), bólintási (pitch,  $\theta$ ) és legyezési (yaw,  $\psi$ ) szögekkel, amelyeket *Euler-szögeknek* nevezünk, vektorukat  $\lambda = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$  jelöli. A későbbiekben tárgyalt dinamikai egyenletek

és szabályozótervezés szempontjából előnyösebb azonban a koordináta-független rotációs mátrix alkalmazása. A forgatási mátrix  $\mathcal{F}^i$ -ből  $\mathcal{F}^b$ -be felírható a három Euler-szöggel való egymás utáni forgatások kompozíciójaként:

$$\begin{aligned}
 R_i^b &= \text{Rot}(x, \phi) \text{Rot}(z, \theta) \text{Rot}(z, \psi) = \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\phi & S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\theta & 0 & -S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\psi & S_\psi & 0 \\ -S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\theta S_\psi & -S_\theta \\ C_\psi S_\phi S_\theta - C_\phi S_\psi & C_\phi C_\psi + S_\phi S_\theta S_\psi & S_\phi C_\theta \\ S_\phi S_\psi + C_\phi C_\psi S_\theta & C_\phi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\phi & C_\phi C_\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2}$$

ahol  $C_\phi = \cos(\phi)$ ,  $S_\phi = \sin(\phi)$ , és hasonlóan a többi szög esetében. A rotációs mátrix (1) egyenletben leírt tulajdonságaiból következően a forgatási mátrix  $\mathcal{F}^b$ -ből  $\mathcal{F}^i$ -be kifejezhető a következő egyenlettel:

$$R_i^i = (R_i^b)^{-1} = (R_i^b)^T \tag{3}$$

A továbbiakban az  $R = R_i^i$  jelölést alkalmazzuk a könnyebb átláthatóság érdekében.

### 3.2. Mozgásegyenletek

A kvadkoptert egy merev testként modellezzük a 3D térben, amely állandó tömeggel és geometriával rendelkezik, külső erőként pedig a gravitáció hat rá. A kívánt mozgás eléréséhez a forgószárnyak által generált felhajtóerőt használjuk ki, ami a négy elektromos motorra kapcsolt feszültség következtében jön létre. A forgószárnyak szögsebessége ( $\omega_i$ ) és felhajtóereje ( $f_i$ ) közti összefüggés a következő egyenlettel írható le:

$$f_i = c\omega_i^2, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \tag{4}$$

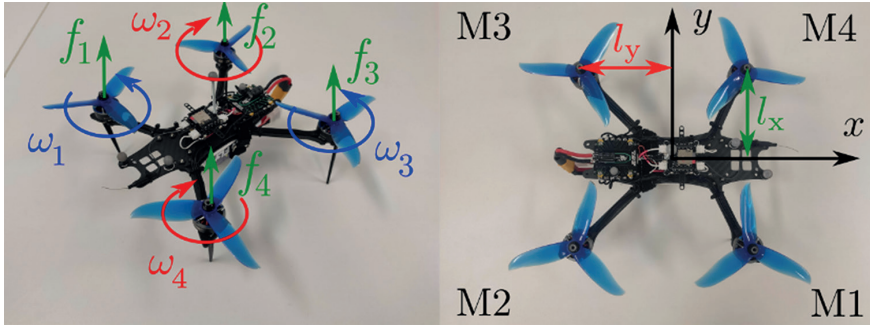
ahol  $c$  a felhajtóerő-tényezőt (*thrust coefficient*) jelöli. A felhajtóerőn kívül mindegyik forgószárny generál nyomatékot az  $\mathcal{F}^b$  koordináta-rendszer függőleges tengelye körül, amelynek értéke szintén négyzetes összefüggés eredményeként számítható:

$$\tau_{z,i} = b\omega_i^2, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \tag{5}$$

ahol  $b$  az ellenállás tényezőt (*drag coefficient*) jelöli. A négy forgószárny által generált felhajtóerő és nyomaték átszámolható az  $\mathcal{F}^b$  koordináta-rendszer függőleges tengelye felé mutató erő és három tengelye körüli nyomaték komponensekké a következő összefüggésekkel:

$$\begin{aligned}
 F &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \\
 \tau_x &= l_x(f_3 + f_4 - f_1 - f_2) \\
 \tau_y &= l_y(f_2 + f_3 - f_1 - f_4) \\
 \tau_z &= b(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2)
 \end{aligned} \tag{6}$$

ahol  $l_x, l_y$  rendre az egyes forgószárnyak  $x$  és  $y$  tengelyektől való távolságát jelöli az  $\mathcal{F}^b$  koordináta-rendszerben, a 4. ábrának megfelelően.



4. ábra

A forgószárnyak szögsebességének és az általuk kifejtett felhajtóerő irányának ábrázolása [a szerzők]

A kvadrokopter dinamikai modelljét a Newton–Euler-egyenletekkel írhatjuk le a következő alakban [8]:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{r} &= -mge_3 + FR e_3 \\
 J\dot{\omega} &= \tau - \omega \times J\omega \\
 \dot{R} &= R\hat{\omega}
 \end{aligned} \tag{7}$$

ahol  $m$  a jármű tömege,  $g$  a gravitációs gyorsulás,  $r \in \mathbb{R}^3$  és  $R \in SO(3)$  a korábban bevezetett pozícióvektor és rotációs mátrix,  $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$ ,  $J$  a kvadrokopter inerciamátrixát jelöli,  $\omega$  pedig a szögsebességét  $\mathcal{F}^b$ -ben felírva. A kalappal jelölt leképezést az  $\{(\cdot) : \mathbb{R}^3 \rightarrow SO(3) \mid \dot{x}y = x \times y\}$  kifejezés definiálja, ahol  $x, y \in \mathbb{R}^3$ . A dinamikai modell bemenetei a korábban bevezetett függőleges irányú erő  $F \in \mathbb{R}$  és három tengely körüli nyomaték  $\tau = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T \in \mathbb{R}^3$ .

### 3.3. Aktuátormodell

Ahogy a 2. fejezetben említettük, a fedélzeti szabályozó kimenete minden motor számára egy PWM jel, amely azt adja meg, hogy a tápfeszültségnek mekkora részét kapcsoljuk az egyes motorokra. Az eddigiekben bemutatott modell a forgószárnyak szögsebességét használja fel a mozgásegyenletek bemeneteiként alkalmazott erő- és nyomatékkomponensek számításához, így az aktuátormodell a PWM és a szögsebesség kapcsolatát hivatott leírni.

Kefe nélküli egyenáramú (BLDC) motor modellezésével foglalkozik a [9] doktori értekezés, ebben a dinamikai egyenletek a következők:

$$\begin{aligned}
 J_m \dot{\omega}_m &= -k_m \omega_m + \tau_e - \tau_m \\
 \tau_e &= k_{q,0} i_a - k_{q,1} i_a^2 \\
 U &= k_e \omega_m + R_a i_a
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

ahol  $J_m$  a forgórész tehetetlenségi nyomatéka,  $k_m$ ,  $k_e$ ,  $k_{q,0}$ ,  $k_{q,1}$  konstansok,  $R_a$  az armatúra-ellenállás,  $i_a$  az armatúraáram,  $\tau_e$  az indukált nyomaték,  $\tau_m$  a terhelés nyomatéka,  $U$  pedig a bemeneti feszültség, amelynek számítása a PWM értékből és a maximális tápfeszültségből:  $U = U_{\max} \cdot PWM$ . A motor szögsebességét itt  $\omega_m$  jelöli, hiszen az előző fejezettel ellentétben csak egy motor viselkedését írják le az egyenletek. A további fejezetekben azonban az előzőekhez hasonlóan az adott motor sorszáma ( $i \in \{1,2,3,4\}$ ) szerepel az alsó indexben.

A (8) kifejezés első egyenletével leírt dinamika kis méretű BLDC-motorok során nagyon gyors a bemenet változásához képest, ezért ezt elhanyagoljuk. A második és harmadik egyenletek statikus függvénykapcsolatot írnak le a bemeneti feszültség (így a PWM) és a motor szögsebessége között, amit általánosan jelölhetünk a következő összefüggéssel:

$$\omega_m = f_m(U, \vartheta) \tag{9}$$

A statikus  $f_m$  karakterisztika realizációját és  $\vartheta$ -val jelölt paramétereinek meghatározását az 5. fejezetben fogjuk részletesen bemutatni. A kvadrokopter modelljének összes paramétereit – amelyeknek azonosítására szükség van a szabályozó algoritmusok implementációjához – az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat

A kvadrokoptermodell paramétereit, amelyek egy új konstrukció esetén ismeretlenek [a szerzők]

Paraméter	Jelölés	Mértékegység
Tömeg	$m$	kg
Inerciamátrix	$J$	kgm <sup>2</sup>
Rotortáv	$l_x, l_y$	m
Ellenállás-tényező	$b$	Nms <sup>2</sup> /rad
Felhajtóerő-tényező	$c$	Ns <sup>2</sup> /rad
Aktuátorparaméterek	$\vartheta$	–

## 4. Geometriai szabályozás

### 4.1. Áttekintés

A kvadrokopterek dinamikája – ahogyan azt az előző fejezetben bevezettük – alapvetően instabil, ezért szükség van egy alsó szintű szabályozóra, amely a megfelelő motorfeszültségek beállításával egyrészt stabilizálja a járművet, másrészt biztosítja az előírt referenciapálya követését. Ez az úgynevezett alsó szintű (*low-level*) szabályozás egy széles körben kutatott téma, számos eredménnyel. A legegyszerűbb és leginkább elterjedt megoldás a lineáris időinvariáns (LTI) szabályozók alkalmazása, amilyen például a PID és az LQR [1]. E szabályozó algoritmusok tervezésénél a bevezetett nemlineáris dinamikai egyenleteket linearizáljuk egy munkapont közelében (ez jellemzően a lebegési állapot), majd erre az LTI rendszerre szisztematikusan

tudunk szabályozót konstruálni és a paramétereit behangolni. Ennél valamivel komplexebb módszer a linearizálás visszacsatolással (*feedback linearization*), ahol a dinamikus modell differenciálás simaságát kihasználva állapotvisszacsatolás segítségével integrátorsorrá alakítható a rendszer, így szintén alkalmazható az LTI szabályozótervezés folyamata [10].

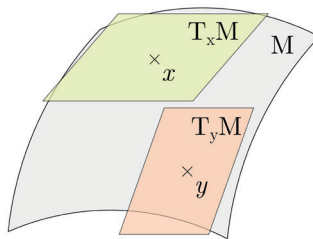
Az eddigiekben felsorolt alsó szintű szabályozó algoritmusok viszonylag könnyen és gyorsan implementálhatók, azonban hátrányuk, hogy egyrészt nem garantálják a stabilitást a kvadrokopter teljes működési tartományára, másrészt pedig legtöbbször nem képesek gyors, agilis referenciapályák precíz követésére (legfeljebb sok hangolással és szakértői tudás felhasználásával). Annak érdekében, hogy ezeket a hátrányokat kiküszöböljük, egy geometriai szabályozót mutatunk be ebben a fejezetben [2] alapján. A geometriai szabályozó tervezése közvetlenül a kvadrokopter konfigurációs sokaságán [SE(3)] van végrehajtva, ezzel a pályakövetési hibajelek exponenciális konvergenciáját éri el a teljes működési tartományon (nagy bedőlési szögek esetén is), így biztosítja a nagy sebességű, agilis manőverekhez szükséges teljesítményt.

## 4.2. Differenciális simaság

A 3.2. fejezetben bemutatott dinamikai modell alulaktuált, mivel 6 szabadsági foka van és csupán 4 bemenete. A szabályozás során azonban kihasználjuk, hogy a modell differenciálisan sima (differentially flat), ami azt jelenti, hogy az összes állapot és beavatkozó jel kifejezhető az úgynevezett differenciálisan sima kimenetek időbeli deriváltjaiból [11]. A (7) egyenletek esetén a differenciálisan sima kimenetek a legyezési szög, illetve a pozíció 3 koordinátája (a levezetés megtalálható többek között a [12] irodalomban), vagyis a tervezés során elegendő az  $x_d(t)$ ,  $y_d(t)$ ,  $z_d(t)$ ,  $\psi_d(t)$  referenciapályákat megtervezni, ezek egyértelműen meghatározzák az összes további állapot trajektóriáját.

## 4.3. Szabályozó algoritmus

A geometriai szabályozó tervezésekor a cél egy referenciapozíció és -orientáció követése, amelyeknek jelölése  $r_d(t) = [x_d(t), y_d(t), z_d(t)]^T$ , illetve  $R_d(t) \in SO(3)$ , azonban az időfüggés explicit jelölését a levezetés során elhanyagoljuk a könnyebb átláthatóság érdekében.



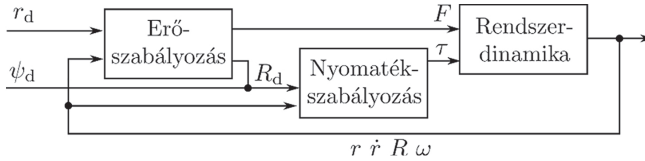
5. ábra

Az  $M$  sokaság ábrázolása két érintőterével:  $T_x M$  az  $x$  pontban és  $T_y M$  az  $y$  pontban. Az ábra szemlélteti, hogy egy  $T_x M$ -beli vektort át kell transzformálni  $T_y M$  érintőterébe ahhoz, hogy azokkal műveleteket lehessen végezni [13]



A pályakövetési hibajeleket a pozíció és sebesség esetén az állapot és a referenciajel különbségeként definiáljuk:

$$\begin{aligned} e_r &= r - r_d \\ e_v &= v - v_d \end{aligned} \quad (10)$$



6. ábra

A geometriai szabályozó blokkdiagramja (a szerzők [2] alapján)

Az orientáció és a szögsebesség esetében úgy választjuk meg a hibajelek számítási módját, hogy azok a konfigurációs sokaság [amely ez esetben  $SO(3)$ ] érintőterének elemei legyenek minden időpontban. Ehhez bevezetjük a következő orientációs hibafüggvényt:

$$\Psi(R, R_d) = \frac{1}{2} \text{tr}(I - R_d^T R) \quad (11)$$

ahol  $\text{tr}(\cdot)$  a mátrix nyomát (*trace*) jelöli és  $I$  a  $3 \times 3$  méretű egységmátrix. A hibafüggvény lokálisan pozitív definit  $R_d^T R = I$  azon környezetében, ahol az aktuális és a referenciaorientáció eltérése kisebb, mint  $\pi$ . Felhasználva a  $-\frac{1}{2} \text{tr}(\hat{x}\hat{y}) = x^T y$  azonosságot, a hibajel deriváltja a következő kifejezéssel írható fel:

$$D_R \Psi(R, R_d) \cdot R\hat{\eta} = \frac{1}{2} (R_d^T R - R^T R_d)^V \cdot \eta \quad (12)$$

ahol  $\delta R = R\hat{\eta}$ ,  $\eta \in \mathbb{R}^3$  a forgatási mátrix variációja, és a  $(\cdot)^V: SO(3) \rightarrow \mathbb{R}^3$  operátor a korábbiakban bevezetett kalap operátor inverzét jelöli. Ezek alapján az orientációs hibát az alábbi képlettel adjuk meg:

$$e_R = \frac{1}{2} (R_d^T R - R^T R_d)^V \quad (13)$$

Az aktuális és a referencia forgatási mátrixok érintővektora, azaz  $\dot{R} \in T_R SO(3)$  és  $\dot{R}_d \in T_{R_d} SO(3)$  különböző érintőtérben van értelmezve (ahogy azt az 5. ábra szemlélteti), ezért közvetlenül nem összehasonlíthatók a szögsebesség hibavektorának számításához. Annak érdekében, hogy ezt el tudjuk végezni,  $\dot{R}_d$  deriváltat átranzformáljuk  $T_R SO(3)$  érintőtérbe a következő kifejezés felírásával:

$$\dot{R} - \dot{R}_d (R_d^T R) = R\hat{\omega} - R_d \hat{\omega}_d R_d^T R = R(\omega - R^T R_d \omega_d)^{\wedge} \quad (14)$$

Ez alapján már tudjuk definiálni a szögsebesség hibavektorát, a következő kifejezéssel:

$$e_\omega = \omega - R^T R_d \omega_d \quad (15)$$

A hibajelek felhasználásával a 3.2. fejezetben bevezetett erő és nyomaték beavatkozó jeleket a következő formában tudjuk szabályozni:

$$\begin{aligned} F &= (-k_r e_r - k_v e_v - m g e_3 + m \ddot{r}_d)^T R e_3 \\ \tau &= -k_R e_R - k_\omega e_\omega + \omega \times J \omega - J(\dot{\omega} R^T R_d \omega_d - R^T R_d \dot{\omega}_d) \end{aligned} \quad (16)$$

ahol  $k_r, k_v, k_R, k_\omega \in \mathbb{R}$  ennek a modell alapú szabályozónak az erősítései. Az így definiált úgynevezett geometriai szabályozó [2] biztosítja, hogy a pályakövetési hibajelek zérus egyensúlyi pontja exponenciálisan stabil, feltéve, hogy a referenciapálya teljesíti a következő követelményeket:

$$\| -m g e_3 + m \ddot{r}_d \| < B \quad (17)$$

ahol  $B$  egy pozitív konstans, a kezdeti feltételekre pedig igaz, hogy

$$\begin{aligned} F &= (-k_r e_r - k_v e_v - m g e_3 + m \ddot{r}_d)^T R e_3 \\ \tau &= -k_R e_R - k_\omega e_\omega + \omega \times J \omega - J(\dot{\omega} R^T R_d \omega_d - R^T R_d \dot{\omega}_d) \end{aligned} \quad (18)$$

ahol  $\psi_1$  egy felhasználó által választott konstans,  $\lambda_{\min}(J)$  pedig az inerciamátrix legkisebb sajátértékét jelöli. A hibajelek exponenciális stabilitásának és konvergenciájának bizonyítása megtalálható a [2] irodalomban.

Ahogy a 4.2. fejezetben említettük, a kvadkopter dinamikai modellje differenciálisan sima, ezért elegendő a pozíció és a legyezési szög referenciapályáját megtervezni. A szabályozó algoritmusban felhasznált referenciaorientációs mátrix  $R_d = [r_1, r_2, r_3]$  a differenciálisan sima kimenetekből a következő módon fejezhető ki:

$$\begin{aligned} r_1 &= r_2 \times r_3 \\ r_2 &= \frac{r_3 \times [\cos \psi_d, \sin \psi_d, 0]}{\| r_3 \times [\cos \psi_d, \sin \psi_d, 0] \|} \\ r_3 &= \frac{-k_r e_r - k_v e_v + m g e_3 + m \ddot{r}_d}{\| -k_r e_r - k_v e_v + m g e_3 + m \ddot{r}_d \|} \end{aligned} \quad (19)$$

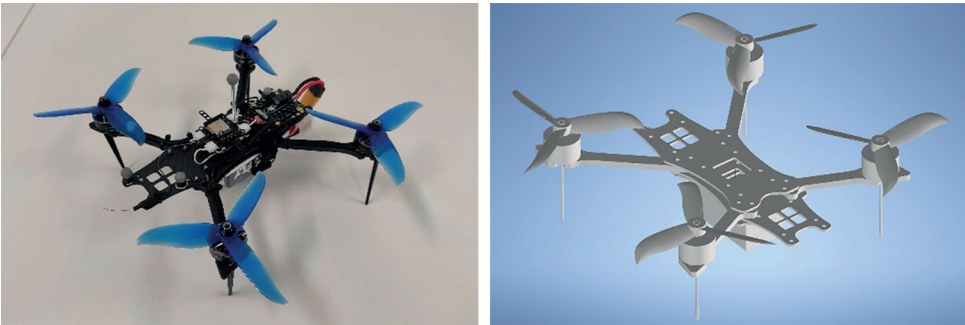
Az így számított referencia forgatási mátrix harmadik oszlopvektora, vagyis  $r_3$  mindig az előírt erő bemenet irányába mutat (amerre a forgószárnyak felhajtóerőt képesek generálni),  $r_2$  mindig merőleges a többi két oszlopvektorra,  $r_1$  pedig a jármű haladási irányát fejezi ki.

## 5. Paraméteridentifikáció

Az előző fejezetben bemutatott geometriai szabályozó algoritmus függ az aktuális kvadkopter fizikai paramétereitől, ebből következően a stabilitás és az elvárt szabályozási teljesítmény csak akkor garantálható, amennyiben a paraméterek numerikus értéke ismert. Az összes identifikálандó paramétert az 1. táblázatban gyűjtöttük össze.

## 5.1. Tömeg és inercia

A jármű tömegének mérését egyszerű mérleg használatával végeztük el, ami  $m = 0,605$  kg-ra adódott. Az inerciamátrix megállapítása ennél jóval bonyolultabb, hiszen közvetlen méréséhez dinamikai vizsgálatok szükségesek. Ilyen mérési elrendezésre számos példa található az irodalomban (lásd [14], [15]), azonban ezeknek az elvégzéséhez speciális felszerelés és mérőeszközök szükségesek. Egy másik elterjedt módszer a jármű számítógépes modelljének (CAD) elkészítése, hiszen a modern CAD-szoftverek képesek az egyes komponensek fizikai paramétereire alapján kiszámítani az összeállított merev test inerciáját. Mi az utóbbit választottuk, hiszen egyrészt gyorsabb és költséghatékonyabb a végrehajtása, másrészt pedig az elkészített CAD-modell később használható szimulációkra is.



7. ábra

A Bumblebee kvadrokopter és az elkészített CAD-modell [a szerzők]

Az elkészült 3D modell a 7. ábrán látható, a valós kvadrokopter mellett. A jármű komponensei közül a karbonszálas váz, a forgószárnyaknak és az akkumulátornak ismert a pontos geometriája és tömege, így ezek egy az egyben kerültek a modellbe. A BLDC-motorokat hengergeometriával közelítettük, tömegük pedig ezeknek is ismert. A 3D modellben nem szerepelnek a hardverek kábeljei és az Optitrack mozgáskövetéshez használt markerek, azonban ezeknek a tömege elhanyagolható, így az inerciát is nagyon kis mértékben befolyásolják. A pontos méretek és tömegek (sűrűségek) megadása után a CAD szoftver képes az inerciamátrix számítására, amelynek numerikus értéke esetünkben a következőnek adódott:

$$J_{CAD} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1590,5 & -3,14 & -0,135 \\ -3,14 & 1481,3 & -49,18 \\ -0,135 & -49,18 & 2768,4 \end{bmatrix} \text{ kgmm}^2 \quad (20)$$

Mivel a jármű geometriája közel szimmetrikus, a diagonális elemek 2–3 nagyságrenddel nagyobbak a többinél, így utóbbiakat gyakran 0-val közelítjük.

## 5.2. Bemeneti paraméterek

A kvadrokopter dinamikus modell bemeneteinek az  $[F \ \tau^T]^T$  vektort tekintjük, ahogy a 3.2. fejezetben leírtuk. Ezzel szemben, ahogy a 2. fejezetben említettük, a motorokat impulzusszélesség-moduláció (PWM) jellel vezéreljük, amely egy kitöltési tényező, vagyis azt adja meg, hogy

a tápfeszültségnek mekkora részét kapcsoljuk az egyes motorokra. Ahhoz tehát, hogy a (16) egyenletekkel leírt szabályozó algoritmust a valós rendszeren implementáljuk, szükség van a PWM-erő és PWM-nyomaték összefüggések meghatározására. Ezen összefüggések részben adottak (4) és (5) egyenletekkel, azonban ekkor még mindig szükség van a felhajtóerő-tényező és az ellenállás-tényező mérésére, valamint a PWM és a motor szögsebessége közötti kapcsolat ismeretére. A következő alfejezetek során ezeket az összefüggéseket tárgyaljuk.

### 5.2.1. PWM-szögsebesség

A PWM-szögsebesség karakterisztikát a (9) egyenlettel írjuk le, amihez  $\vartheta = [\vartheta_1 \quad \vartheta_2]^\top$  paramétereket használjuk. Ahogy az inerciamátrix meghatározásánál, a további paraméterek mérésénél is cél volt minél egyszerűbb módszerek és minél kevesebb műszer alkalmazása annak érdekében, hogy a tárgyalt eljárásokkal egy új kvadkopter paraméterei gyorsan és egyszerűen becsülhetők legyenek. Jelen esetben a motor szögsebességének mérésére külső szenzort lehetne alkalmazni (például tachométert), azonban enélkül is lehetséges a becslése. A legtöbb kvadkopter-összeállításban szereplő BLDC-motor adatlapján szerepel egy KV rövidítéssel jelölt mérőszám, amely azt jelzi, hogy 1 V (volt) feszültségnövekedés esetén mennyivel nő a motor fordulatszáma. Az általunk alkalmazott motor adatlapján 2450 KV szerepel [16].

A PWM-szögsebesség karakterisztikát emellett jellemzi, hogy a motor egy adott PWM<sub>0</sub> küszöbérték alatt nem kezd el forogni, ezért a lineáris karakterisztika csak e fölött érvényesül. A küszöbérték meghatározásához addig növeltük a PWM-jelet, amíg el nem kezdett forogni a motor, ennek értéke PWM<sub>0</sub> = 0,0305. Ezzel felírható a karakterisztika becslése:

$$\begin{aligned}\omega_i &= \vartheta_1 + \vartheta_2 \cdot \text{PWM}_i \\ \frac{\partial \omega_i}{\partial U_i} &= 2450 \frac{\text{rpm}}{\text{V}} \\ \frac{\partial \omega_i}{\partial \text{PWM}_i} &= 2450 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{U_{\max}}{\text{PWM}_{\max}} = 2450 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{16,8 \text{ rad}}{1 \text{ s}} = 4310,17 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \vartheta_2 \quad (21) \\ \vartheta_1 &= -\text{PWM}_0 \cdot \vartheta_2 = -0,0305 \cdot \vartheta_2 = -131,538 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega_i &= -131,538 + 4310,17 \cdot \text{PWM}_i\end{aligned}$$

ahol  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  az adott motor indexe,  $\text{PWM}_i \in [0, 1]$  a PWM jel,  $\omega_i$  a motor szögsebesség,  $U_{\max} = 16,8 \text{ V}$  pedig a maximális tápfeszültség.

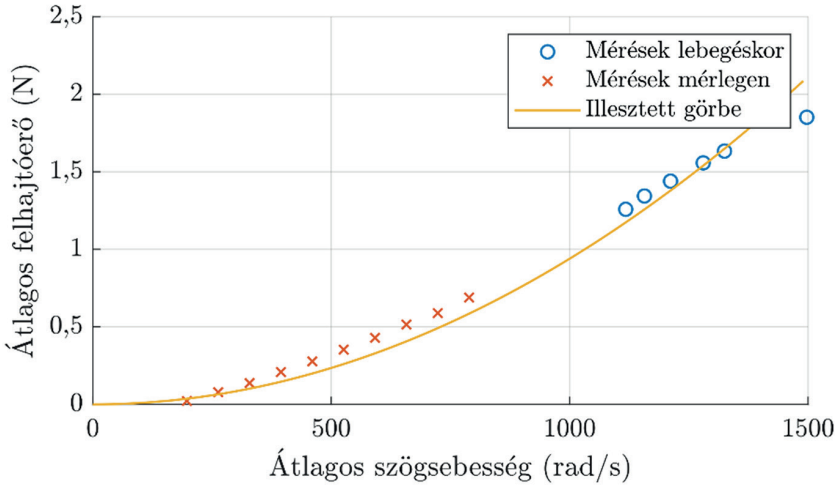
### 5.2.2. Szögsebesség-felhajtóerő

A szögsebesség-felhajtóerő karakterisztika mérése azt adja meg, hogy adott erőbemenetet hogyan tudunk realizálni a forgószerények szögsebességének beállításával. Az összefüggés meghatározásához két mérési eljárást alkalmaztunk:

1. Különböző súlyokkal felszerelve lebegési állapotban rögzítettük a PWM-jeleket, a felhajtóerő pedig ekkor ismert:  $f_i = mg/4$  az összes forgószerényra.
2. Mérlegre helyeztük a kvadkoptert, és mind a négy motorra ugyanakkora PWM-jelet kapcsolunk, amelynél még nem száll fel a jármű, majd így rögzítettük a mérleg által

mért tömeget. Ekkor a felhajtóerő:  $f_i = (m - m_s)g/4$ , ahol  $m_s$  a mérleg által kijelzett tömeg értéke.

A PWM-jeleket szögsebességgé a (21) összefüggéssel alakítottuk át. Fontos megjegyezni, hogy az 1. módszerhez szükség van egy szabályozóra, amellyel képes a drón lebegni egyhelyben. Erre egy PID-szabályozót alkalmaztunk, amely beépített funkcióként elérhető a Crazyflie Bolt 1.1 fedélzeti számítógépre [5]. Ezzel ugyan lebegni képes a drón, gyors manőverek végrehajtására azonban nem alkalmas.



8. ábra

*Szögsebesség–felhajtóerő karakterisztika: a (4) egyenlettel leírt négyzetes összefüggés jól illeszkedik a mérési adatokhoz [a szerzők]*

A mérési eredmények a 8. ábrán láthatók. A tengelyeken átlagos értékek szerepelnek, hiszen lebegés során a szabályozó által kiadott pillanatnyi PWM-jelek eltérhetnek az egyes motoroknál, de átlagban a gravitációt fogják csupán kompenzálni. Sárgával látható a (4) egyenlet alapján illesztett görbe, amelynek alakja a következő:

$$f_i = c\omega_i^2 \quad (22)$$

vagyis a felhajtóerő-tényező értéke  $c = 9,3945 \cdot 10^{-7} \text{Ns}^2/\text{rad}$ . Ebből kifejezhető a PWM felhajtóerő-karakterisztika is:

$$\begin{aligned} f_i &= c(\vartheta_1 + \vartheta_2 \text{PWM}_i)^2 = c\vartheta_1^2 + 2c\vartheta_1\vartheta_2 \text{PWM}_i + c\vartheta_2^2 \text{PWM}_i^2 \\ f_i &= 0,0163 - 1,065 \text{PWM}_i + 17,453 \text{PWM}_i^2 \end{aligned} \quad (23)$$

ahol  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  értéke adott a (21) egyenletekben.

### 5.2.3. Szögsebesség–nyomaték

A bemeneti paraméterek közül csupán a szögsebesség–nyomaték karakterisztika leírása maradt hátra, amelyet nominálisan az (5) egyenlet jellemez. Az ellenállás-tényező méréséhez felhasználjuk a (7) kifejezés második egyenletének harmadik komponensét, ami a következő alakban írható fel:

$$J_{zz}\dot{\omega}_z = \tau_z - (J_{yx}\omega_x^2 + J_{yy}\omega_x\omega_y + J_{yz}\omega_x\omega_z - J_{xx}\omega_x\omega_y - J_{xy}\omega_y^2 - J_{xz}\omega_y\omega_z) \quad (24)$$

A mérés során a kvadrokopter referenciapozícióját konstans értéken tartjuk, referenciaorientációjának pedig a következő pályát írjuk elő:

$$\phi_d(t) = 0, \theta_d(t) = 0, \psi_d(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\alpha t^2 & t \in \left[0, \frac{T}{2}\right] \\ -\frac{1}{2}\alpha(t-T)^2 & t \in \left[\frac{T}{2}, T\right] \end{cases} \quad (25)$$

Könnyen belátható, hogy az ilyen alakban felírt legyezési szög referenciagyorsulásának abszolút értéke állandó,  $|\dot{\psi}_d(t)| = \alpha$ . A (25) egyenlettel adott referenciaorientáció pontos követését feltételezve a (24) egyenlet zárójelben lévő tagja zérus, jobb és bal oldala pedig szakaszonként konstans, csupán előjelet vált a mérési időintervallum felénél. Az egyszerűsítéseket elvégezve és a (6) kifejezés negyedik egyenletét behelyettesítve:

$$J_{zz}\dot{\omega}_z = \tau_z = b(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) \quad (26)$$

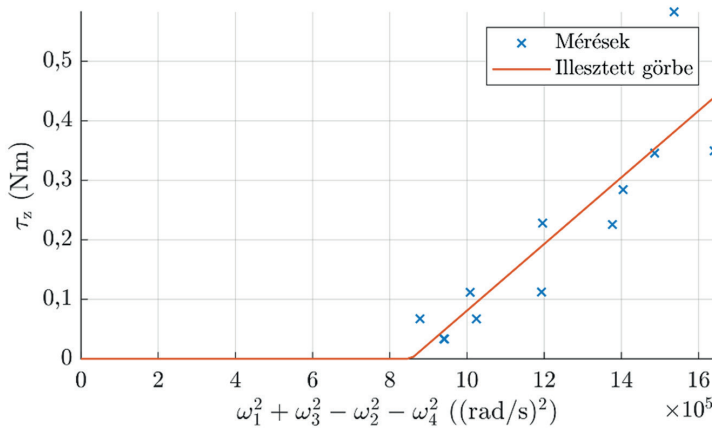
Ahol  $J_{zz}$  a korábbiakból ismert,  $\dot{\omega}_z$  mérhető a kvadrokopter fedélzeti giroszkóp jelének feldolgozásával, a forgószárny szögsebességek pedig számíthatók a motor PWM jelei (21) felhasználásával.

A mérési eredmények a 9. ábrán láthatók, ahol különböző pontokhoz különböző  $\alpha$  értékek tartoznak  $\psi_d(t)$  előírásánál. Az ábráról jól látszik, hogy ez esetben a (26) egyenlet nem illeszkedik elég jól a mérésekhez, azonban kiegészítve egy konstans eltolással már jól le tudjuk írni a viselkedést. Az így kapott karakterisztika a következő:

$$J_{zz}\dot{\omega}_z = \tau_z = b_1(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2) + b_2 \quad (27)$$

ahol az együtthatók numerikus értékei  $b_1 = 5,5939 \cdot 10^{-7}$  és  $b_2 = -0,4785$ . Ezzel az irányításhoz szükséges összes fizikai paramétert meghatároztuk. Az alkalmazott eszközök és algoritmusok

lehetővé teszik az eljárás alkalmazását más (például kisebb és nagyobb méretű) kvadkopterek esetén is, ami alátámasztja a bemutatott módszerek gyakorlati hatékonyságát.



9. ábra

Szögsebesség–nyomaték karakterisztika: a (26) egyenlettel leírt összefüggés kiegészítendő egy konstans eltolással [a szerzők]

## 6. Szabályozó paraméterek meghatározása

A modell paraméterein kívül a szabályozási teljesítmény függ a (16) egyenletekben bevezetett konstansoktól is. Az ugyan ellenőrizhető a [2] irodalomban található eredmények alapján, hogy adott értékekre stabil lesz-e a szabályozó, azonban arra nincsen útmutatás, hogy milyen értékekre lesz optimális a zárt szabályozási kör teljesítménye valamilyen performancia-specifikációra vonatkozóan (például pályakövetési hiba minimalizálása). Emiatt a szabályozó paramétereit repülési tesztek alapján hangoljuk be.

Ahogy a 6. ábrán látható, a geometriai szabályozó kéthurkú struktúrával rendelkezik, ahol a belső hurok az orientáció- (nyomaték-) szabályozás, a külső pedig a pozíció- (erő-) szabályozás. Az algoritmus felépítéséből adódóan a külső hurok csak akkor hangolható, amennyiben a belső hurok már stabilan működik. Ebből kiindulva először az orientációsabályozás hangolását végeztük el, utána pedig a pozíciósabályozását.

### 6.1. Orientációsabályozás

Az orientációsabályozás (16) kifejezés második egyenlete által adott, ahol az első két tag visszacsatolást, a második kettő pedig előreccatolást valósít meg. A hangolható paraméterek a visszacsatoló tagok együtthatói, vagyis  $k_R, k_\omega \in \mathbb{R}$ . Hasonlóan a [9] doktori értekezésben bemutatott eljáráshoz, egy gömbcsuklóhoz rögzítettük a kvadkoptert annak érdekében, hogy a rotációs alrendszer szétcsatlózzon a translációs alrendszerétől. A mérési elrendezés a 10. ábrán látható: az állványhoz van rögzítve a gömbcsukló, amelyhez egy saját tervezésű 3D nyomtatott elemet keresztül csatlakoztatjuk a kvadkopter.

A kialakított elrendezésnek köszönhetően biztonságosan tesztelhető a működés különböző paraméterek beállítása esetén. Számos  $k_R$ ,  $k_\omega$  kombináció kiértékelése után arra az eredményre jutottunk, hogy a

$$k_R = 0,6; \quad k_\omega = 0,15 \quad (28)$$

paraméterek esetén legjobb a szabályozó teljesítménye. A kísérletekről készült videó elérhető a [https://youtu.be/9r\\_j21rd800](https://youtu.be/9r_j21rd800) linken keresztül.



10. ábra

*Mérési elrendezés az orientációsabályozás paramétereinek meghatározásához [a szerzők]*

## 6.2. Pozíciósabályozás

Stabil orientációsabályozással már tesztelhető a pozíciósabályozás is, amely (16) kifejezés második egyenletével adott, paraméterei pedig  $k_r, k_v \in \mathbb{R}$ . Ez esetben szintén fontos a gyors beállítás, azonban legfontosabb a precíz pályakövetés, amit egy előírt referenciapálya mentén tudunk kiértékelni. A paraméterek hangolásához a 12. ábra felső részén, zölddel jelölt, módosított hélix alakú referenciapályát írtuk elő. Méréseket 4 paraméterkombináció esetén végeztünk, amelyeknek értéke:

$$\begin{bmatrix} k_r \\ k_v \end{bmatrix} \in \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix} \right\} \quad (29)$$

Kezdeti vizsgálatok alapján megállapítottuk, hogy a  $k_r/k_v = 2$  arány alkalmazásával jó eredmény érhető el, így a bemutatott 4 esetben ezt rögzítettük. A mérési eredmények a 12. ábrán láthatók, ahol a bejárt térbeli pályákat és a követési hiba komponenseinek időfüggését ábrázoltuk. Az ábráról leolvasható, hogy a szabályozó paraméterek értékének növelésével csökken a pályakövetési hiba abszolút értéke. Ezt az észrevételt numerikusan is megvizsgáltuk, kiértékelve az egyes hibajelek négyzetes középértékét, amelynek számítása:

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i|^2} \quad (30)$$



ahol  $N$  az  $x$  vektor elemeinek száma,  $x_i$  pedig a vektor elemeit jelöli. Ahogy a 2. táblázatban látható, a legkisebb négyzetes középértékű hibajeleket a  $k_r = 10$ ,  $k_v = 5$  paraméterek esetén kaptuk, ez összhangban van a 12. ábra tanulságaival is. A kísérlet elvégzéséről videófelvétel is készült, ami elérhető a [https://youtu.be/9r\\_j21rd800](https://youtu.be/9r_j21rd800) linken.

2. táblázat

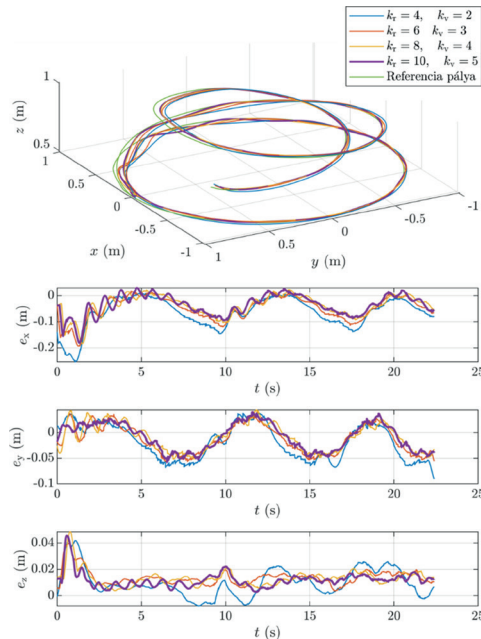
Pályakövetési hibajelek négyzetes középértéke, a mértékegység mindegyik esetben méter [a szerzők]

$k_r$	$k_v$	$e_{x,RMS}$	$e_{y,RMS}$	$e_{z,RMS}$
4	2	0,0878	0,0384	0,0147
6	3	0,0662	0,0301	0,0151
8	4	0,0562	0,0281	0,0147
<b>10</b>	<b>5</b>	<b>0,0533</b>	<b>0,0275</b>	<b>0,0133</b>



11. ábra

Pillanatkép a pozíciósabályozás paramétereinek meghatározásához végzett repülési teszt közben [a szerzők]



12. ábra

Pályakövetés ábrázolása 4 különböző szabályozóparaméter-kombináció esetén. A felső ábrán a térbeli pálya látszik, az alsó ábrán pedig a pályakövetési hibák ( $e_r = [e_x \ e_y \ e_z]^T$ ) értéke [a szerzők]

## 7. Konklúzió

Munkánk célja az volt, hogy kidolgozzunk egy eljárást, amelynek alkalmazásával minél gyorsabban lehet egy új, ismeretlen paraméterekkel rendelkező kvadrokopterrel agilis manővereket végrehajtani és pontos referencia-pályakövetést megvalósítani. A fejlett mozgásszabályozó algoritmusok a jármű dinamikai modelljén alapulnak, ezért először levezettük a kvadrokopter mozgásegyenleteit. Annak érdekében, hogy nagy sebességű manővereket tudjon végezni a drón nagy bedőlési szögekkel, bemutattunk egy nemlineáris geometriai szabályozó algoritmust, amely a jármű teljes működési tartományán biztosítja a stabilitást.

A bemutatott algoritmusok valós drónon való implementációjához szükség volt a modell paramétereinek identifikációjára, amit részben CAD-modell készítésével, részben pedig mérésekkel végeztünk el. Végül repülési tesztekkel végeztünk a szabályozó paraméterek meghatározásához, és bemutattuk, hogy a javasolt eljárással precíz pályakövetést tudunk elérni, néhány centiméteres átlagos követési hibával.

## Felhasznált irodalom

- [1] L. M. Argentim, W. C. Rezende, P. E. Santos, R. A. Aguiar, „PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform,” in *Proc. of the International Conference on Informatics, Electronics and Vision*, pp. 1–6, 2013. Online: <https://doi.org/10.1109/ICIEV.2013.6572698>
- [2] T. Lee, M. Leok, N. H. McClamroch, „Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3),” in *Proc. of the 49<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 5420–5425, 2010. Online: <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717652>
- [3] NaturalPoint, Inc., *Optitrack*. Online: <https://optitrack.com/>
- [4] CollMot Robotics Ltd., *Skybrush Suite*. Online: <https://skybrush.io/>
- [5] Bitcraze AB, *System overview*. Online: [www.bitcraze.io/documentation/system/](http://www.bitcraze.io/documentation/system/)
- [6] P. Antal, T. Péni, R. Tóth, „Backflipping with Miniature Quadcopters by Gaussian Process Based Control and Planning,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, pp. 1–12. 2023. Online: <https://doi.org/10.1109/TCST.2023.3297744>
- [7] P. Antal, T. Péni, R. Tóth, „Nonlinear Control Method for Backflipping with Miniature Quadcopters,” *IFAC-PapersOnLine*, 55. évf. 14. sz. pp. 133–138. 2022. Online: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.595>
- [8] R. Mahony, V. Kumar, P. Corke, „Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor,” *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 19. évf. 3. sz. pp. 20–32. 2012. Online: <https://doi.org/10.1109/MRA.2012.2206474>
- [9] M. Bisheban, *Geometric Control of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle in Wind Fields*. Doktori értekezés, George Washington University, 2019.
- [10] D. Lee, S. Sastry, „Feedback linearization vs. adaptive sliding mode control for a quadrotor helicopter,” *International Journal of Control, Automation and Systems*, 7. évf. 3. sz. pp. 419–428. 2009. Online: <https://doi.org/10.1007/s12555-009-0311-8>
- [11] M. J. Van Nieuwstadt, R. M. Murray, „Real Time Trajectory Generation for Differentially Flat Systems,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8. évf. 11 sz. pp. 995–1020. 1998. Online: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58016-7](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58016-7)

- [12] D. Mellinger, V. Kumar, „Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors,” in *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2520–2525. 2011. Online: <https://doi.org/10.1109/ICRA.2011.5980409>
- [13] P. Antal, *Development of Efficient Control Methods to Support Agile Maneuvering of Autonomous Quadcopters*. Diplomaterv, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2022.
- [14] J. Förster, *System Identification of the Crazyflie 2.0 Nano Quadcopter*. Szakdolgozat, ETH Zürich, 2015.
- [15] Z. Mustapa, S. Saat, S. H. Husin, T. Zaid, „Quadcopter physical parameter identification and altitude system analysis,” in *IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications*, pp. 130–135. 2014. Online: <https://doi.org/10.1109/ISIEA.2014.8049885>
- [16] GEPRC, *GR2306.5 2450KV BLDC motor*. Online: [https://geprc.com/product/geprc-gr2306\\_5-1350kv-1850kv-2450kv-motors/](https://geprc.com/product/geprc-gr2306_5-1350kv-1850kv-2450kv-motors/)

---

## Modelling, Identification and Geometric Control of Autonomous Quadcopters for Agile Manoeuvring

*This paper presents a multi-step procedure to construct the dynamic motion model of an autonomous quadcopter, identifies the model parameters, and design a model-based nonlinear trajectory tracking controller. The aim of the proposed method is to speed up the commissioning of a new quadcopter design, i.e., to enable the drone to perform agile manoeuvres with high precision in the shortest time possible. After a brief introduction of the theoretical background of the modelling and control design, the steps of the proposed method are presented using the example of a real, self-developed quadcopter platform. The performance of the method is tested and evaluated by real flight experiments.*

**Keywords:** *quadcopter, dynamic model, parameter identification, nonlinear control, indoor navigation*

---

Antal Péter  
doktori hallgató  
Számítástechnikai és Automatizálási  
Kutatóintézet  
Rendszer és Irányításméleti  
Kutatólaboratórium  
[antalpeter@sztaki.hu](mailto:antalpeter@sztaki.hu)  
[orcid.org/0000-0002-3911-246X](https://orcid.org/0000-0002-3911-246X)

---

Péter Antal, MSc  
PhD student  
Institute for Computer Science and Control  
Systems and Control Laboratory  
[antalpeter@sztaki.hu](mailto:antalpeter@sztaki.hu)  
[orcid.org/0000-0002-3911-246X](https://orcid.org/0000-0002-3911-246X)

---

---

Dr. Péni Tamás  
tudományos főmunkatárs  
Számítástechnikai és Automatizálási  
Kutatóintézet  
Rendszer és Irányításelméleti  
Kutatólaboratórium  
[peni@sztaki.hu](mailto:peni@sztaki.hu)  
[orcid.org/0000-0002-1440-4263](https://orcid.org/0000-0002-1440-4263)

Tamás Péni, PhD  
Senior Research Fellow  
Institute for Computer Science and Control  
Systems and Control Laboratory  
[peni@sztaki.hu](mailto:peni@sztaki.hu)  
[orcid.org/0000-0002-1440-4263](https://orcid.org/0000-0002-1440-4263)

---

Dr. Tóth Roland  
tudományos főmunkatárs  
Számítástechnikai és Automatizálási  
Kutatóintézet  
Rendszer és Irányításelméleti  
Kutatólaboratórium  
egyetemi docens  
Eindhoven University of Technology  
Department of Electrical Engineering  
Control Systems Group  
[tothroland@sztaki.hu](mailto:tothroland@sztaki.hu)  
[orcid.org/0000-0001-7570-6129](https://orcid.org/0000-0001-7570-6129)

Roland Tóth, PhD  
Senior Research Fellow  
Institute for Computer Science and Control  
Systems and Control Laboratory  
Associate Professor  
Eindhoven University of Technology  
Department of Electrical Engineering  
Control Systems Group  
[tothroland@sztaki.hu](mailto:tothroland@sztaki.hu)  
[orcid.org/0000-0001-7570-6129](https://orcid.org/0000-0001-7570-6129)

## Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönik Gaál Botondnak a repülési tesztek során nyújtott segítségét. A publikációban szereplő kutatást az ELKH SZTAKI az Európai Unió támogatásával valósította meg, az Autonóm Rendszerek Nemzeti Laboratórium keretében (RRF-2.3.1-21-2022-00002), valamint az Eötvös Loránd Kutatási Hálózat támogatásával (SA-77/2021).