

Korponai János, Bányainé Tóth Ágota, Illés Béla

## AZ IGÉNYVÁLTOZÁSOK HATÁSA A VÁSÁROLT ALKATRÉSZ KÉSZLETEKRE ÉS A KÖLTSÉGEKRE

*Amikor a jövőbeni vevői igények pontosan számszerűsíthetők, akkor a nyitókészlet, a termelési igény és a készletpótlás időszükségletének ismeretében egyértelműen meghatározható a zárókészlet szintje, a rendelési mennyiség és maga a rendelés feladásának időpontja is. Ez a kiindulási feltétel azonban a gyakorlatban csak nagyon ritkán fordul elő. Számos olyan előre nem jelezhető tényező befolyásolja a készletszintet, melyek hatással lesznek a termelő vállalat működésére. A logisztikai menedzsment célja, hogy ezeket a hatásokat számításba véve biztosítsa a termelés megfelelő kiszolgálásához szükséges készletszintet, a lehető legalacsonyabb felmerülő költségszint mellett. A szolgáltatás szintjének meghatározása lehetőséget ad a különböző hatások miatt felmerülő igényingadozások előre meghatározott biztonsággal történő kezelésére, illetve a működést biztosító készletszint számszerűsítésére.*

**kulcsszavak:** igényváltozás, biztonsági készlet, költség, sztochasztikus, standard normális eloszlás, valószínűségi változó

### BEVEZETÉS

Az optimális rendelési tétel nagyság modellnél alkalmazott elméleteinket befolyásolja, hogy a vevői igények nem teljes mértékben ismertek, illetve a folyamatainkban zavar léphet fel, melyek együttesen bizonytalanságot jelentenek a vásárolt alkatrész igények intenzitására és a készlet szint alakulására vonatkozóan.

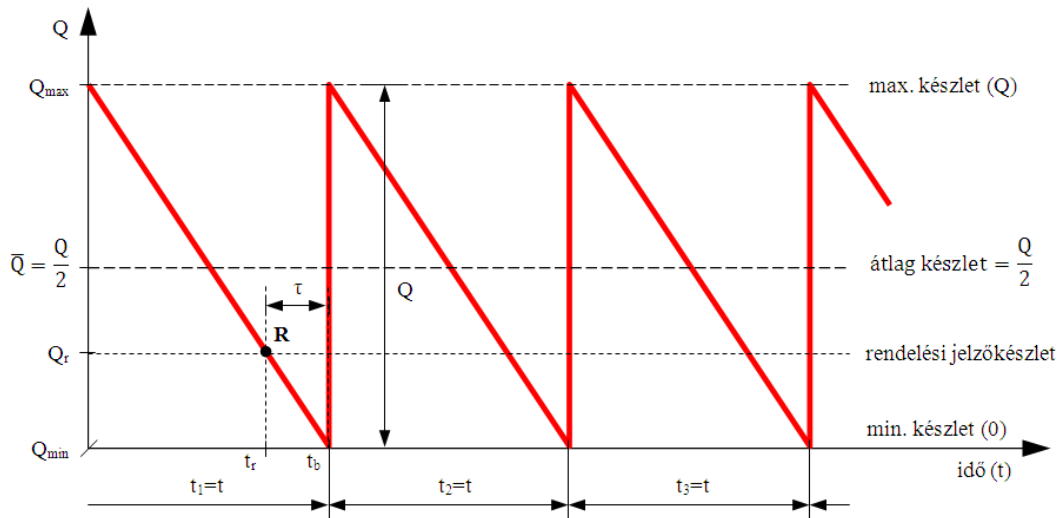
Készletgazdálkodási stratégiánk meghatározása során két alapvető modell között választhatunk, így különbséget kell tennünk a folyamatos és a periodikus készletvizsgálati rendszerek között. Folyamatos készletvizsgálat esetén a rendelési tétel nagyság állandó, így a bizonytalanságnak a periódusok végi zárókészletek szintjére van hatása, míg a periodikus készletvizsgálat esetén a periódus időközök állandók, így a bizonytalanság a rendelési mennyiséget befolyásolja [1].

Elemzésünk során a periodikus készletvizsgálati modellt körüljárva mutatjuk be az igényingadozás és a biztonsági készletek közötti összefüggéseket, meghatározzuk a biztonsági készletek számszerűsítésére vonatkozó képletet, valamint a készlettartással és készlethiánnyal kapcsolatosan felmerülő költségeket.

### **Determinisztikus és sztochasztikus igényváltozások és a készlet szint közötti összefüggés**

Leegyszerűsített modellként az 1. ábra szemlélteti a készletezési mechanizmust és a készletek alakulását előre jelezhető, determinisztikus jellegű szükséglet és készlet utánpótlás esetén. A modell kiindulási feltételei közé sorolható az egyenletes ütemű folytonos felhasználás (stacioner), az egyenletes  $t$  periódusonkénti beszállítás, a nem megengedett készlethiányból és a nulla biztonsági készletből kiinduló  $Q_{min}$  legalacsonyabb, nullával megegyező készlet szint, és a  $Q_{max}$  megengedett maximális készlet szintig történő  $Q$  mennyiségű feltöltés. Az előre kalkulálható  $\tau$  utánpótlási idő és a  $t_b$  beérkezési időpont határozza meg azt a legkésőbbi  $t_r$  időpontot, mely pillanatban a rendelést le kell adni [2]. A  $t_r$  időponthoz rendelt  $Q_r$  készlet szint jeleníti meg azt

a minimális készlet szintet, amely a megrendelés leadásától a megrendelt mennyiség tényleges beérkezéséig szükséges idő alatti felhasználást fedezi [3][4][5].



1. ábra Készlet szint elvi alakulása a szükséglet és az utánpótlási idő determinisztikus jellege esetén [saját szerk.]

A modell kiindulási feltételei közé tartozik továbbá, hogy a készletpótlás időszükséglete rövidebb, mint a periódusidő ( $\tau < t$ ), azaz egy adott pillanatban legfeljebb egyetlen folyamatban lévő szállítás lehet. Ebből a leegyszerűsített modellből következik, hogy a maximális készlet szint megegyezik a rendelési mennyiséggel ( $Q_{max} = Q$ ), a periódus végén a készlet nullára csökken ( $Q_{min} = 0$ ), így az átlagkészlet a következő képlettel adható meg [5]:

(1)

$$\bar{Q} = \frac{Q_{max} - Q_{min}}{2} = \frac{Q}{2}$$

ahol,

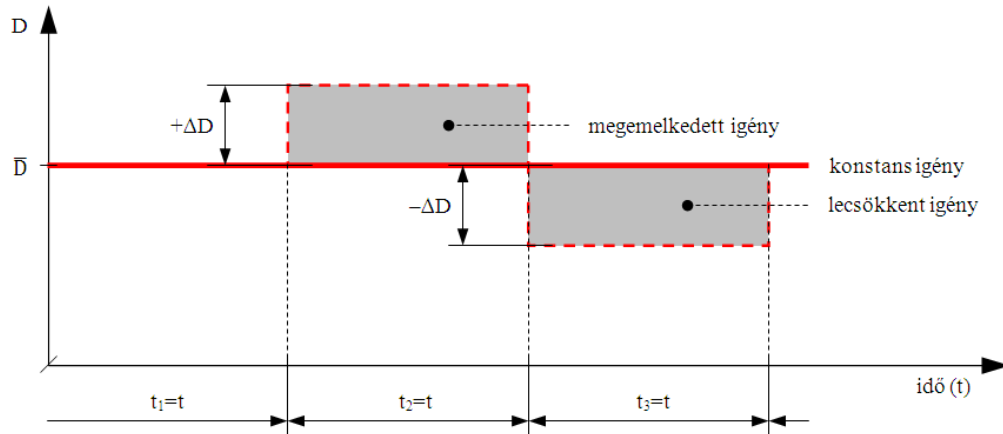
$\bar{Q}$  – átlag készlet szintje [mennyiségi egység],

$Q_{max}$  – maximális készlet szint [mennyiségi egység],

$Q_{min}$  – minimális készlet szint [mennyiségi egység].

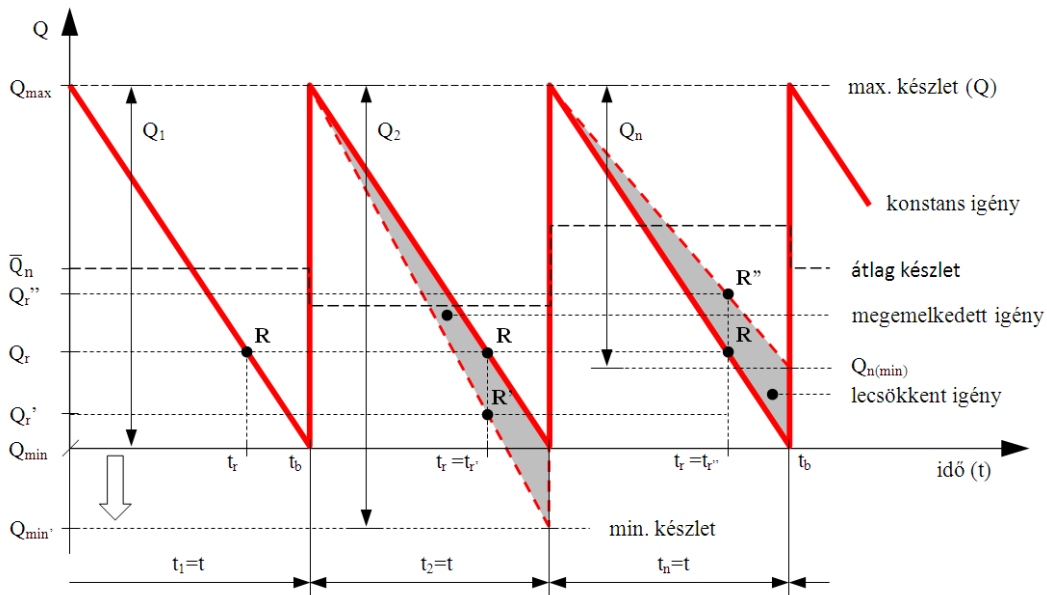
A továbbiakban ceteris paribus elven a modell kiindulási feltételei közül egyetlen tényezőt – a felhasználási igény alakulását – kiemelve végezzük az elemzést. A modell így annyiban változik, hogy az egyes periódusok felhasználási igénye között bármely irányú és mértékű eltérést engedünk, továbbra is feltételként kikötve, hogy az adott periódus igénye folyamatos és a perióduson belül egyenletes (kvázi stacioner) [2].

A 2. ábra az idő függvényében ábrázolja az igényt,  $\bar{D}$  jelöli a konstans igény szintjét és  $\pm\Delta D$  tükrözi a kétirányú változás összefüggését. A feltételrendszer ilyen irányú változtatását a modell gyakorlati felhasználhatósága indokolja, hiszen a termelő tevékenységet végző szervezetek működésére nehezen elképzelhető a folyamatos és egyenletes szintű felhasználás. Ez az igényváltozás továbbra is azt feltételezi, hogy a tervezett igény kerül ténylegesen leszállításra, azaz a modell csak az igények tervszerű változását tükrözi, és nem a tervtől való eltéréseket.



2. ábra A konstans igény és a kétirányú, tervezett változás összefüggése [saját szerk.]

Az azonos periódusidejű, változó mértékű felhasználási igényeket megjelenítve a 3. ábrában kitűnik, hogy az 1. ábrához képest a készletszint megemelkedett igény esetén a korábbi  $Q_{min}=0$  szint alá is csökkenhet. Készlethiányt nem megengedő készletezési stratégiát feltételezve ez a gyakorlatban a  $Q_{min}$  szint  $Q_{min}'=0$  értékre történő elmozdulását jelenti. A modell leegyszerűsítése érdekében ismét ceteris paribus elvet alkalmazva a  $Q_{max}$  értékkel jelölt maximális feltöltési szint változatlan, így a periódusonként eltérő mértékű zárókészletek maximális készletszintre történő feltöltése eltérő mértékű, az  $n$ -dik periódus esetében  $Q_n$  újrafeltöltési mennyiséget feltételez [6]. A rendelés leadásának időpontjában rendelkezésre álló készletszintet jelölik az  $R$ ,  $R'$ ,  $R''$  pontok. A  $t_2$  periódus során megemelkedett igény következtében a készletek gyorsabb ütemben fogynak, így ha a rendelés időpontjában nem következik be átütemezés ( $t_r=t_r'$ ), akkor a készletek a periódus vége előtt elfogynának. A változatlan  $t_r$  rendelési időpont és a  $t_2$  periódus során megemelkedett igény jelöli ki az  $R'$  pontnak megfelelő  $Q_r'$  készletszintet.



3. ábra Változó mértékű felhasználási igények és a készletszintek közötti összefüggés [saját szerk.]

Amennyiben a  $Q_{max}$  készletszint a modellezés során minden periódus esetében azonos és készlethiányt továbbra sem engedünk, akkor a  $Q_{min}'$  szintet a legnagyobb intenzitású felhasználáshoz igazodva a fűrészfog diagram legmélyebb pontjához kell rajzolni. Azon periódusok esetében,

amelyeknél a periódus végén a zárókészlet szintje nem éri el a teljes vizsgált időtávra megállapított legalacsonyabb  $Q_{min}'$  szintet, a periódus végén  $Q_{max} - Q_{min}' - Q_n = Q_{n(min)} - Q_{min}'$  mértékű készlet fog maradni. Az adott periódus átlagkészlete meghatározható az alábbi képletekkel:

(2)

$$\begin{aligned}\bar{Q}_n &= \frac{Q_{max} - Q_{n(min)}}{2} + Q_{n(min)} - Q_{min}' \Rightarrow \frac{Q_{max} + Q_{n(min)}}{2} - Q_{min}' \\ &= \frac{Q_n}{2} + Q_{n(min)} - Q_{min}'\end{aligned}$$

ahol,

- $\bar{Q}_n$  – az n-dik periódus átlag készlet szintje [mennyiségi egység],
- $Q_{n(min)}$  – az n-dik periódus minimális készlet szintje [mennyiségi egység],
- $Q_n$  – az n-dik periódus újrafeltöltési szintje [mennyiségi egység].

Az átlagkészlet a teljes vizsgált időszakra kiterjesztve:

(3)

$$\bar{Q} = \sum_{n=1}^m \left( \frac{Q_{max} + Q_{n(min)}}{2} - Q_{min}' \right) = \sum_{n=1}^m \left( \frac{Q_n}{2} + Q_{n(min)} - Q_{min}' \right) = \sum_{n=1}^m \frac{\bar{Q}_n}{n}$$

ahol,

- $Q_{min}'$  – a teljes vizsgált időtávra megállapított legalacsonyabb készlet szint [mennyiségi egység].

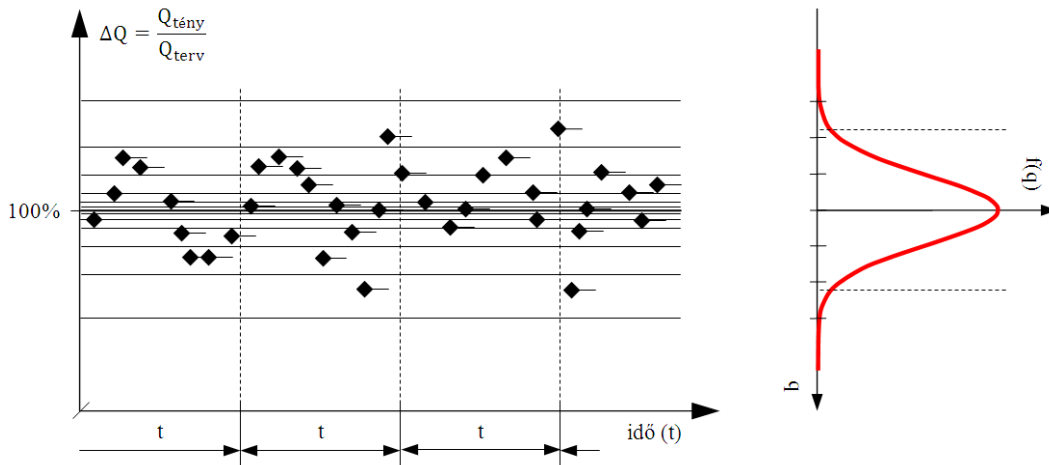
Az igények változása ebben az esetben tervezett, azaz determinisztikus jellemzőket mutat. A gyakorlatban azonban sűrűn előforduló jelenség, hogy a következő periódus vagy periódusok igénye rövid határidőn belül, akár a perióduson belül valamely mértékben és irányban eltér a tervezett szinttől [7]. A modell egyszerűsítése érdekében az adott perióduson belüli igényváltozást ugyan számításba vesszük, de a periódus teljes időtartama alatt konstans igénnyel kalkulálunk, azaz a változás lekövetésekor csak azt vesszük figyelembe, hogy mekkora volt a nyitó- és zárókészlet, ugyanakkor a perióduson belül egyenletes intenzitású felhasználást feltételezünk.

A tervtől való eltérés a gyakorlatban számos gyökérokra vezethető vissza, pl. váratlan vevői igény változás, selejt miatti többlet felhasználás a termelésben, készleteltérés az ellátási lánc valamely pontján, minőségi kifogás miatti készlet zárolás, stb.

A 3. ábrán a készletek rendelési pontját újra kell definiálni. Kiindulási feltételként rögzítettük, hogy az utánpótlás átfutási ideje előre adott és a rendelési időt a legkésőbbi lehetséges időpontban rögzítettük. Amennyiben az eredeti rendelési jelzőkészlet szintjének elérésekor rendelnénk, úgy az esetek egy részében túl korán történne meg a rendelés és a készletek beérkezése, míg az esetek egy része késéshez vezetne. Az előre megadott átfutási időből adódóan a jelzőkészlet szintje periódusonként fog változni, igazodva az adott periódus tényleges felhasználási intenzitásához.

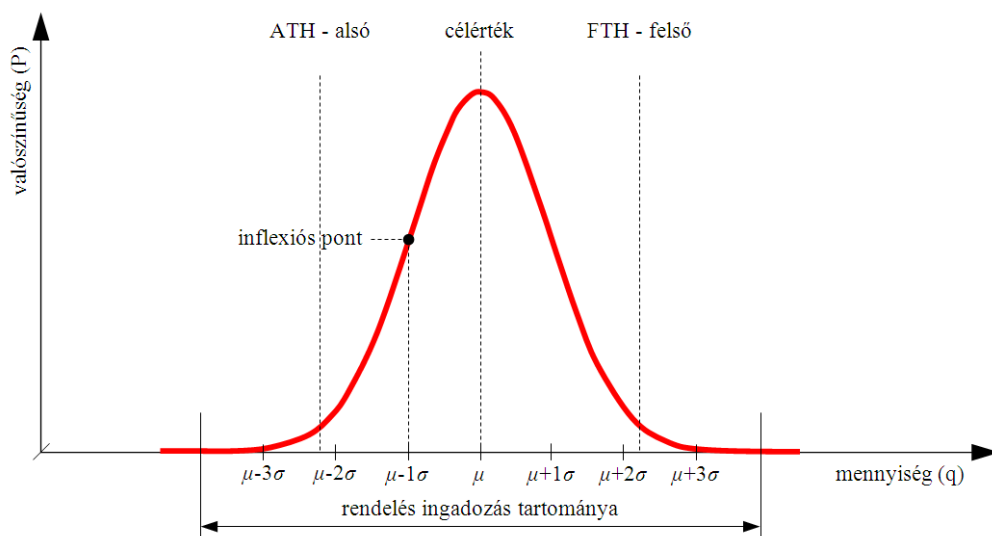
A változások irányát és mértékét vizsgálva kiindulhatunk egyetlen termék hosszabb távú elemzéséből is, de vizsgálhatunk termékcsoportokat, beszállítókhöz vagy vevőkhöz hozzárendelt termékköröket, termelési területek szerinti osztályozásokat, de akár a teljes készletportfóliót.

Amennyiben az elemzés nem egyetlen termék figyelésére korlátozódik, úgy az összehasonlíthatóság és összevonhatóság érdekében a céltól való eltéréseket nem abszolút értékben, hanem egymáshoz viszonyított arányukban kell vizsgálni. Az egyes eltéréseket egy diagramban megjelenítve ábrázolható a célértéktől való eltérésük, illetve a gyakoriságok figyelembe vételével megrajzolható az eloszlásukra vonatkozó sűrűségfüggvényük (4. ábra).



4. ábra A tervhez viszonyított tényleges igények gyakorisági sora [saját szerk.]

Megfelelően magas számú minta vizsgálatok az eltérések jellemzően egymódusú standard normális eloszlás sűrűségfüggvénye mentén fognak elhelyezkedni (5. ábra). Amennyiben a partnerek között a megengedett maximális eltérések mértékére vonatkozóan van megállapodás, úgy az adott elfogadási tartomány ábrázolható alsó és felső tűréshatár formájában [8]. Az 5. ábrában az alsó tűréshatárt jeleníti meg az ATH, a felső tűréshatárt az FTH függőleges pontozott vonal. A termelés menedzsment és a minőség menedzsment körében az egyes gyártott termékek minőségi jellemzőinek ábrázolásából széles körben ismert eloszlás- és sűrűségfüggvény a logisztika területén is alkalmazható. Segítségükkel megjeleníthető a tervtől való tényleges felhasználásra jellemző szórás, az eltérések célértéktől való helyzete, az eltérések eloszlása, a beavatkozási pontok, azaz a tűréshatárok, valamint a felhasználási igény változásának tartománya.



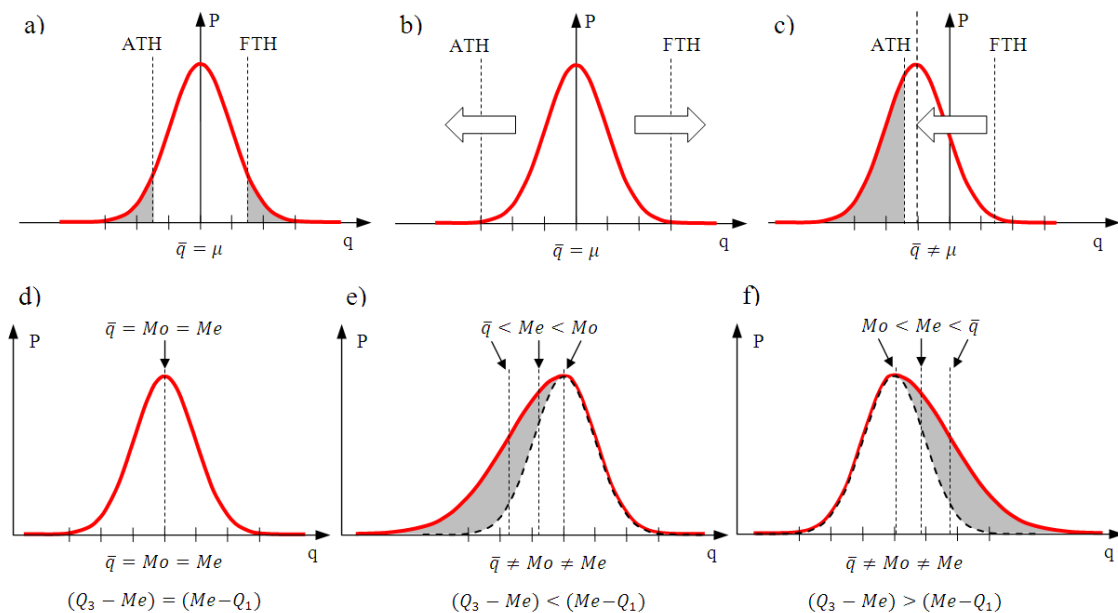
5. ábra Az egymódusú standard normális eloszlás sűrűségfüggvénye és jellemzői [saját szerk.]

Mivel a determinisztikus készletezési modellekkel ellentétben a sztochasztikus modellek esetében a felhasználást véletlen hatások is befolyásolják, így az anyagszükséglet csak valószínűségi változókkal adható meg.

A felhasználási igények tervhez képesti teljesülését elemezve az eltérések előfordulásának gyakoriságát ábrázolhatjuk az eltérések mértékének függvényében (6. ábra). Az eltérések szóródását tekintve a rendelés ingadozás eltérő szélességű tartománnyal és tűréshatárral jellemezhető. A 6. a) ábra szerint felvázolt esetben a tényleges igények szürkével jelölt terjedelme a tűréshatáron vagy másképpen az elfogadási tartományon kívülre esik, és a sokaság várható értéke megegyezik a tényleges középértékkel ( $\mu = \bar{q}$ ).

A 6. b) ábra esetében a tűréshatárok kitolódnak, míg a 6. c) ábra a tényleges középérték eltolódását jeleníti meg, azaz a várható érték nem egyezik meg a tényleges középértékkel ( $\mu \neq \bar{q}$ ), mindkét esetben megtartva azonban a sűrűség függvény szimmetrikus jellegét.

Az egymódusú standard normális eloszlások esetében ugyanakkor nem csak a középértékek és tűréshatárok eltolódása illetve a szórás terjedelmének szélessége módosulhat [9]. A gyakorlatban előfordulnak olyan tényezők, amelyek hatására a vizsgált jellemző bekövetkezésének vagy be nem következésének gyakorisága valamely irányban elmozdul, illetve a felvett értékek aszimmetrikus elrendeződést tükröznek. A vásárolt alkatrészeknél ilyen lehet pl. a megrendelt mennyiséghez képest ténylegesen leszállított mennyiség aszimmetriája, ha a beszállító jellemzően kevesebbet vagy többet szállít. A vásárolt alkatrészek felhasználásából eredő igények tervhez képesti tényleges alakulása is jellemzően aszimmetriát tükrözhet, ha pl. a termelési folyamatokban nem várt zavar lép fel.



6. ábra Az egymódusú standard normális eloszlás sűrűségfüggvényének módosulásai [9]

Amennyiben a vevői igényből generált termelési igény ingadozására szimmetrikus eloszlás jellemző, úgy a termelési folyamatban jelentkező megugró selejt vagy váratlan többlet felhasználás miatt a beszerzési igény a 6. f) ábra szerint aszimmetrikussá válik. Hasonlóképpen értelmezhető a modell abban az esetben is, ha a következő periódus igénye nem változhat, pl. ún. befagyasztott (frozen) periódus érvényes. Ebben az esetben a belső folyamatokban rejlő ingadozások jelentik

azt a bizonytalanságot, melynek hatására a tényleges felhasználás eltérhet a valós igény által generált mennyiségtől (pl. selejt miatti többlet felhasználás), illetve felléphetnek olyan hatások is, melynek következtében a beszállító felé generált igény alacsonyabb, mint a tényleges termelési igény lefedéséhez szükséges mennyiség (pl. fellelt készlet esetén a készlet szint megemelkedik, így kevesebb mennyiségre van szükség a maximális készletszintig történő utántöltéshez).

A 6. e) és f) ábrákban bemutatott egymódusú gyakorisági sorok aszimmetriájának irányát és fokát megvizsgálhatjuk a Pearson-féle mutatószám ( $A$ ) és az  $F$  mutató ( $F$ ) segítségével [9]:

(4)

$$A = \frac{\bar{X} - Mo}{\sigma} \Rightarrow \frac{\bar{q} - Mo}{\sigma}$$

ahol,

$\bar{X}$  vagy  $\bar{q}$  – átlag,

$Mo$  – módusz,

$\sigma$  – szórás.

Az átlag és a módusz különbségének szóráshoz viszonyított mértékéből következtetni lehet a ferdeség mértékére és irányára, bal oldali aszimmetria esetén  $A > 0$ , jobb oldali aszimmetria esetén  $A < 0$ , míg szimmetrikus eloszlás esetén  $A = 0$  értéket kapunk. Az átlag és a módusz különbségének mértéke a ferdeség fokán kívül a szóródás terjedelmétől is függ [9].

Az alsó és felső kvartilisek mediánhoz viszonyított elhelyezkedése szintén megmutatja az egymódusú eloszlás ferdeségének jellemzőit. Az  $F$  mutató előnye, hogy a megfigyelt eloszlás jellemzőihez igazodva a kvartilisek helyett egyéb helyzetmutatókat is alkalmazhatunk [9].

(5)

$$F = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)}$$

ahol,

$Q_1$  – alsó kvartilis,

$Q_3$  – felső kvartilis,

$Me$  – medián.

$F$  mutató esetében hasonlóképpen bal oldali aszimmetria esetén  $F > 0$ , jobb oldali aszimmetria esetén  $F < 0$ , míg szimmetrikus eloszlás esetén  $F = 0$  értéket kapunk [9].

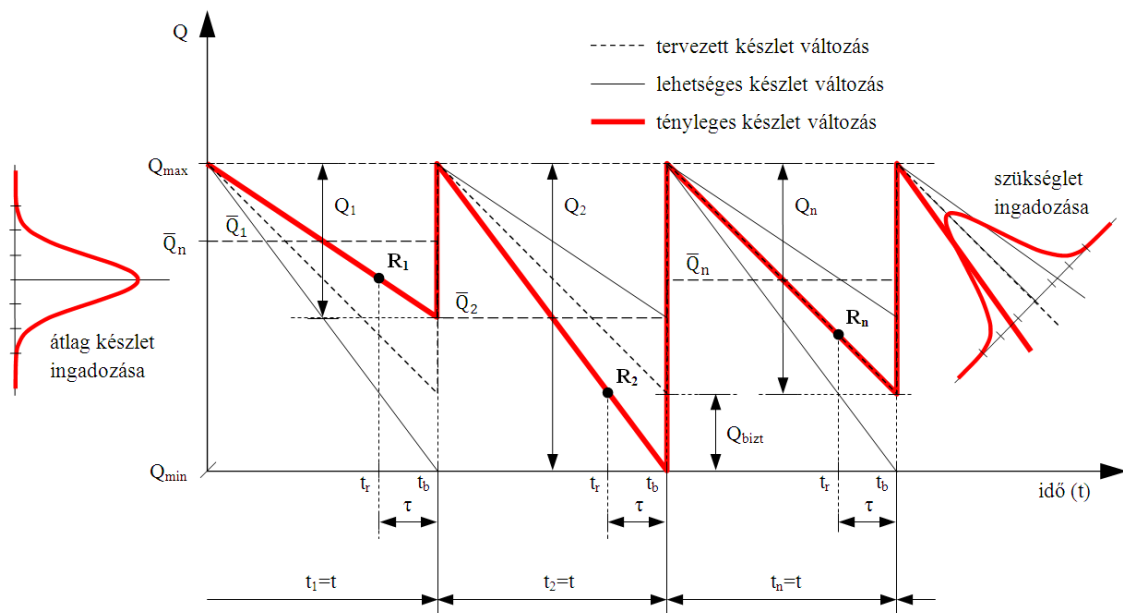
Több alkatrész igényváltozását leíró gyakorisági sor aszimmetriájának egyidejű összehasonlításakor, illetve egy adott alkatrész igényváltozását leíró eloszlás időbeli alakulásának vizsgálatakor ugyanazt a mérőszámot kell használni.

### Periodikus készletvizsgálat sztochasztikus igényváltozás esetén

A modell leegyszerűsítése érdekében a továbbiakban egymódusú, középérték eltolódástól mentes szimmetrikus standard normális eloszlású igényváltozásokat feltételezünk. Az 1. ábrában bemutatott determinisztikus készletpótlási idővel és egyenletes intenzitású felhasználással

jellemezhető egyszerűsített készletezési modell kiegészíthető az igényváltozás kétirányban lehetséges maximális mértékével, így a 7. ábra a tervezett felhasználáshoz képest bekövetkező eltéréseket modellezi. Mivel a tervhez képesti eltérés iránya és mértéke sztochasztikus, azaz előre pontosan nem megadható, így a tényleges felhasználási igény és a készletek alakulása csak valószínűségi változókkal határozható meg, melyeket az ábrában a standard normális eloszlás sűrűségfüggvényei jelenítenek meg.

Amennyiben a készletezési stratégiánk szerint készleteket csak a tervezett szükséglet fedezésére tartunk, úgy a tényleges felhasználási igény tervhez képesti növekedése a készletek  $t_b$  beérkezési időpont előtti nullára csökkenését eredményezné. Készlethiányt nem megengedő stratégiából kiindulva azonban ez nem elfogadható, így a többlet felhasználásból eredő kockázatok és költségek elkerülése érdekében valamely mértékű biztonsági készletet ( $Q_{bizz}$ ) kell tartani.

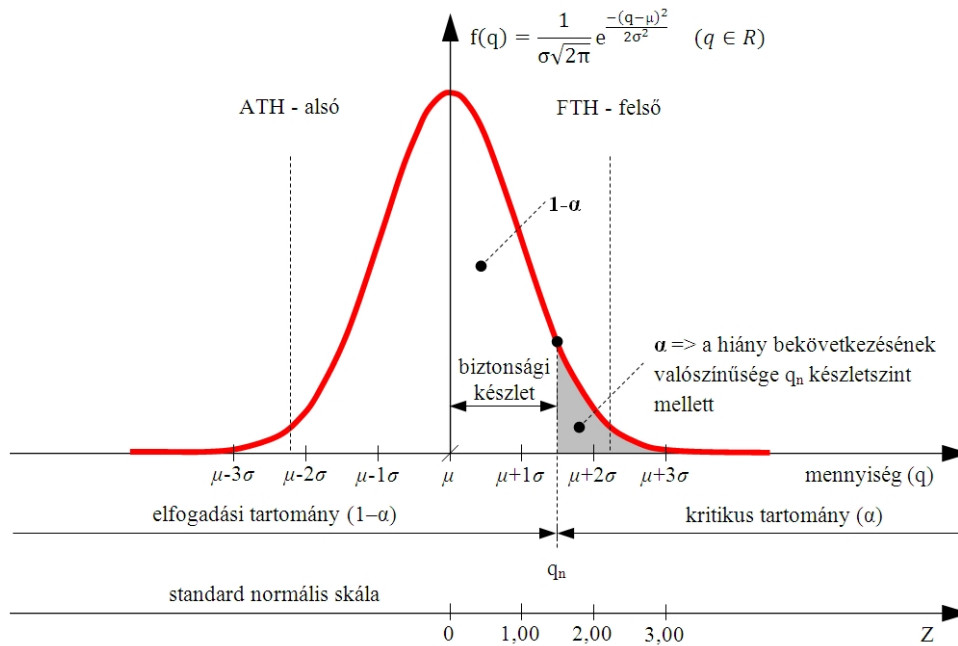


7. ábra Periodikus készletvizsgálat sztochasztikus igényváltozás esetén [saját szerk.]

Mivel az igények ingadozása sztochasztikus jellegű, a lehetséges kimenetek a standard normális eloszlásnak megfelelő valószínűségi változók. A 7. ábrából kitűnik, hogy ha az igény valószínűségi változó, akkor igen csekély valószínűség mellett akár szélsőséges mértékű igények is előfordulhatnak, így a készlethiány teljes valószínűséggel csak végtelen magas szintű biztonsági készlet mellett kerülhető el. A gyakorlatban azonban ez különböző gazdaságossági okokra visszavezethetően nem kivitelezhető, így racionálisan mérlegelve kompromisszumot kell hozni a készlethiány felmerüléséből adódó következmények és az elkerülés érdekében hozott áldozatok között [10][11].

A 8. ábrában részletezett sűrűségfüggvény a tényleges mennyiségek bekövetkezésének valószínűségét jeleníti meg, melyből kitűnik, hogy a várható érték körül az előfordulások gyakorisága jellemzőbb, míg a függvény két végpontja felé közelítve azok valószínűsége csökken [9][12][13][14]. A 8. ábrában megjelenített Z skála mutatja a sztenderd normális eloszlás függvény adott valószínűségi szintekhez tartozó, táblázatból kivehető értékeit.





8. ábra Biztonsági készlet hatása a készlethiány bekövetkezésének valószínűségére [saját szerk.]

Az ábrából az is kiolvasható, hogy bármely tetszőleges  $q_n$  készletszintre és a tényleges igényre vonatkozóan megadható, hogy az adott készletszint milyen mértékben fedi az igényt. A tényleges igényen felüli készletszint jelenti azt a biztonságot, amely az igényingadozás lefedését szolgálja. A biztonsági készlet szintje az alábbi képlettel számszerűsíthető:

(6)

$$Q_{bizat} = q_n - \mu$$

ahol,

$Q_{bizat}$  – biztonsági készlet szintje [mennyiségi egység],

$\mu$  – tényleges igény, vagy az igény várható értéke [mennyiségi egység],

$q_n$  – tetszőleges készletszint [mennyiségi egység].

A fenti képletből az is következik, hogy a biztonsági készlet szintje negatív is lehet, ha a készletezési stratégiánk során olyan mértékben engedjük meg a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét, hogy a periódusok egy részében már a tervezett igények lefedéséhez sem tartunk elegendő a készletet:

(7)

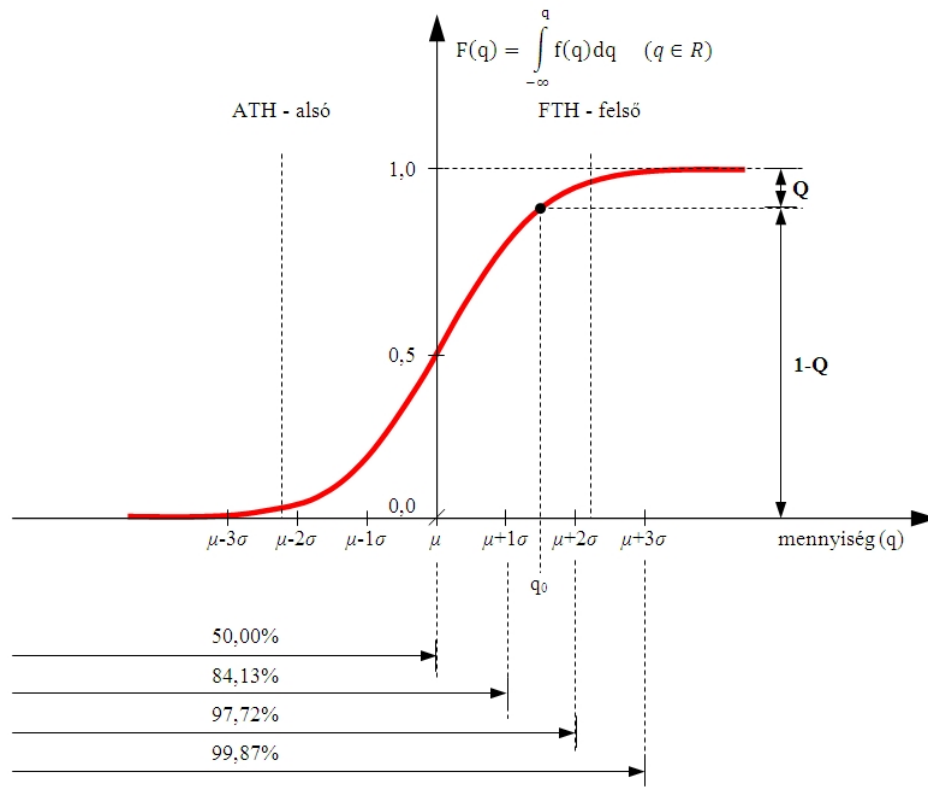
$$q_n < \mu \text{ esetén } Q_{bizat} < 0$$

A szórás és a várható érték ismeretében bármely felhasználási igény és készletszint esetén megadható a hiány bekövetkezésének valószínűsége. Amennyiben a készleteket csak a tervezett igény szintjéhez igazítjuk, azaz nem tartunk biztonsági készletet ( $q_n = \mu$ ), akkor standard normális eloszlású igény esetén a hiány bekövetkezésének valószínűsége megegyezik a hiány be nem következéseének valószínűségével (9. ábra). Mivel a két lehetséges kimenet együttes valószínűsége 100%, adódik az alábbi összefüggés:

(8)

$$P(\text{készlethiány}) = P(\text{készletfedezet}) = 0,5$$

A 9. ábrában felvázolt eloszlásfüggvény a készlet szint változásának függvényében mutatja az igényingadozások lefedettségének valószínűségét. A biztonsági készletek növelésével arányosan ugyan csökken a hiány bekövetkezésének valószínűsége, azonban a teljes biztonság csak végtelen szintű készlet mellett biztosítható. Az eloszlás függvény bevezetését az teszi indokolttá, hogy a függvény jól tükrözi minden készlet szinthez tartozóan a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét. A valószínűséget kifejezhetjük kockázatként is, melyhez konkrét költségeket rendelhetünk.



9. ábra Igényingadozások lefedettségének valószínűsége a készlet szint változásának függvényében [saját szerk.]

A következő periódusra esedékes rendelési mennyiség valamint a folyamatos működést biztosító készlet szint meghatározásakor öt feladatot kell elvégezni:

1. meg kell határozni a készletgazdálkodási stratégiánk szolgáltatási szintjét, azaz a hiány elfogadásának gyakoriságát,
2. meg kell határozni a következő periódusra esedékes tervezett felhasználási igény szintjét,
3. a szolgáltatási szint és a felhasználási igény várható ingadozásának figyelembe vételével meg kell határozni azt a készlet szintet, amely biztosítja a hiány bekövetkezésének elkerülését,
4. számszerűsíteni kell a rendelési pont és a rendelés feladás periódusának végéig esedékes várható igény mértékét,
5. meg kell vizsgálni, hogy a rendelés pillanatában rendelkezésre álló készlet fedezi-e a periódus végéig esedékes szükségletet, és annak várható ingadozását.

Szolgáltatási szint alatt a hiány elfogadásának mértékét értjük, melyet két módon lehet meghatározni, meg lehet adni a teljes vizsgált periódusok számához viszonyítva a hiányt megengedő periódusok számát, valamint a hiány bekövetkezésének megengedett valószínűségét [1]. Ha a

teljes időszakra, pl. egy évre vonatkozóan megengedünk 2 készlettel nem fedett periódust, akkor heti periódus mellett a szolgáltatási szint az alábbiak szerint adható meg:

(9)

$$\frac{SL \cdot t}{T} = \frac{2 \cdot 7}{360} = 0,0389$$

ahol,

$SL$  – szolgáltatási szint,

$t$  – egy adott periódus hossza [időegység],

$T$  – teljes vizsgált időszak hossza [időegység].

A standard normális eloszlás táblázatból megkaphatjuk a 0,0389 valószínűséghez tartozó  $Z=1,765$  értéket. Másik módja a szolgáltatási szint megadásának, ha a készlethiány bekövetkezése valószínűségének megengedett maximális szintjét adjuk meg (pl.: 0,02), és ehhez a valószínűséghez keressük meg a  $Z=2,33$  értéket. Bármely módon is határoztuk meg a szolgáltatás szintjét, a továbbiakban azonos módon alkalmazzuk a kapott értéket.

Ezt követően meg kell határozni a következő esedékes periódus várható felhasználási igényét.

(10)

$$\mu = t \cdot \bar{d}_t$$

ahol,

$\mu$  – az igény várható értéke [mennyiségi egység],

$\bar{d}_t$  – adott periódus alatti igény átlag szintje [mennyiségi egység].

A szolgáltatási szint és az igények várható értéke alapján meghatározható a következő periódus időtartamára várható ingadozás. A sűrűségfüggvény és az eloszlásfüggvény képleteinek (11) felhasználásával bármely tetszőleges  $q$  értékre megadhatjuk az eloszlásfüggvény  $F(q)$  értékét [9][14][15]:

(11)

$$f(q) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(q-\mu)^2}{2\sigma^2}} \rightarrow F(q) = \int_{-\infty}^q f(q) dq = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^q e^{-\frac{(q-\mu)^2}{2\sigma^2}} dq = \Phi\left(\frac{q-\mu}{\sigma}\right)$$

Amennyiben a standard normális eloszlásfüggvény értéke megegyezik a szolgáltatási szinttel, akkor a  $q$  készletszint  $SL$  megbízhatósági szint mellett éppen fedi a  $\sigma$  szórással jellemezhető  $\mu$  várható felhasználási igényt:

(12)

$$F(q) = \Phi\left(\frac{q-\mu}{\sigma}\right) \rightarrow \Phi\left(\frac{q-\mu}{\sigma}\right) = SL$$

A (12) képletből adódik, hogy az  $SL$  szolgáltatási szinthez tartozó  $Q_{bizt}$  biztonsági készlet szintje a standard normális eloszlás  $\Phi(q)$  táblázatának segítségével megadható készletszint és várható igény szintjének  $q-\mu$  különbsége.

A rendelési pont és a rendelés feladás periódusának végéig esedékes várható igény mértéke a (10) képlethez hasonlóan számszerűsíthető:

(13)

$$\mu_\tau = \tau \cdot \bar{d}_\tau$$

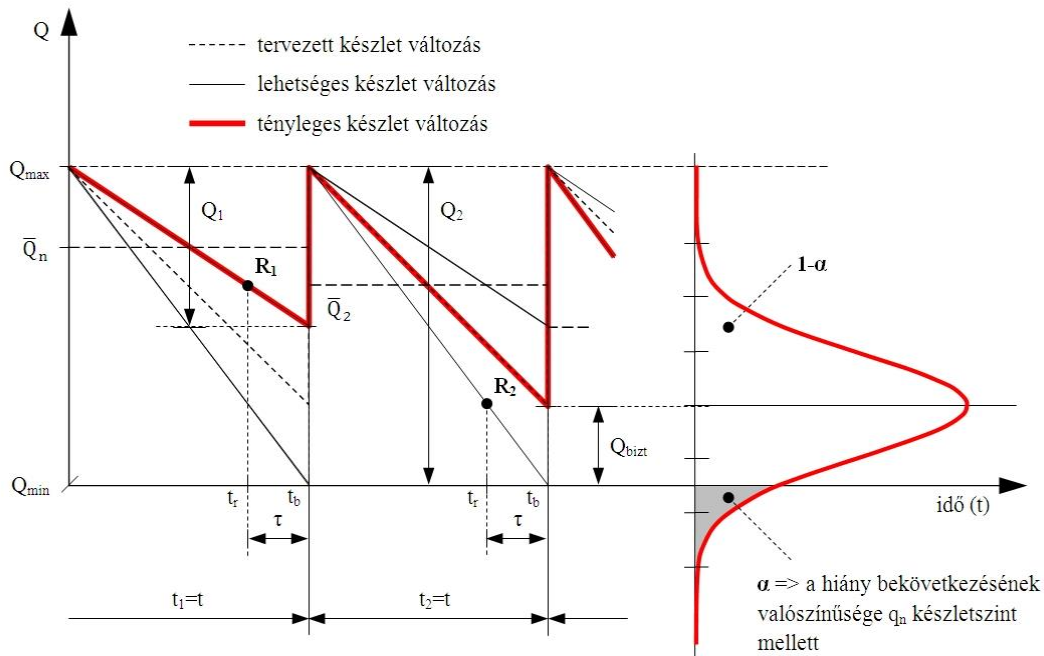
ahol,

$\mu_\tau$  – készletpótlás idő alatt esedékes igény várható értéke [mennyiségi egység],

$\tau$  – készletpótlás átfutási ideje [időegység],

$\bar{d}_\tau$  – a rendelési pont és a periódus vége közötti időszak átlagos igénye [mennyiségi egység].

Periodikus készletvizsgálat esetében a rendelésleadásakor tehát nem csupán a következő periódus igényét, valamint a valószínűsíthető igényváltozást kell kalkulálni, hanem figyelembe kell venni a rendelés periódusának hátralévő  $\tau$  időtartamára várható igényváltozás mértékét is. A 10. ábra részletesen bemutatja a fenti összefüggéseket [1].



10. ábra Periodikus készletvizsgálat összefüggései [saját szerk.]

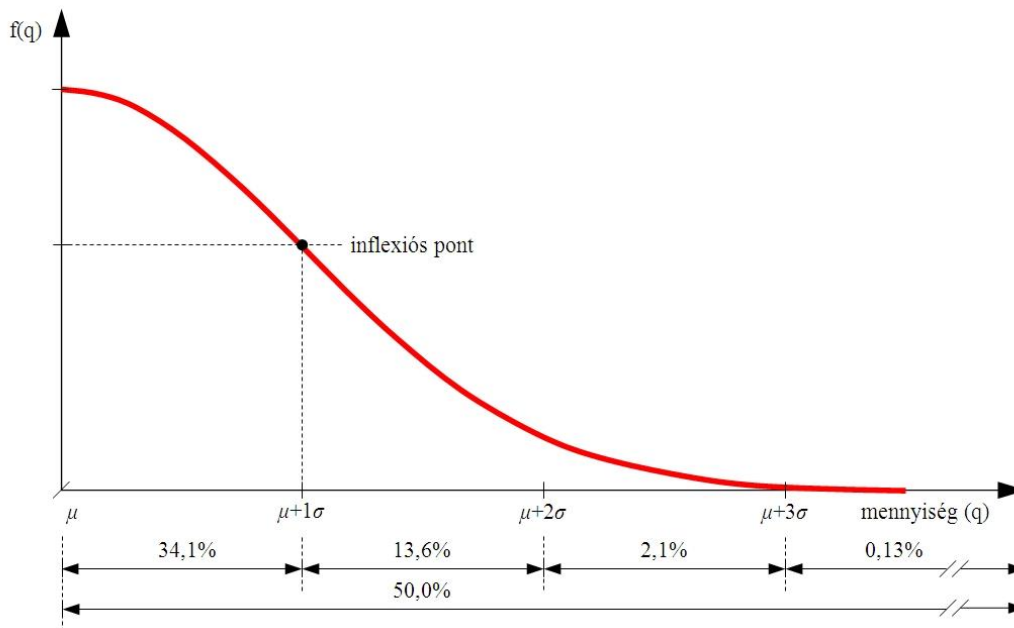
Mivel a felhasználási igény várható értéke és a felhasználás ingadozása is a jövőben bekövetkező nem előre megjósolható kimenetelű események hatása miatt valószínűségi változók, így a  $Q_{max}$  készletszint alakulása is valószínűségi változó lesz. Annak a valószínűsége, hogy egy adott periódus maximális készletszintje megegyezzen a tervezett  $Q_{max}$  készletszinttel, megegyezik az  $F(q)-F(\mu)$  azaz  $P(q=\mu)$  valószínűségek különbségével.

### Készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggése a készletszint függvényében

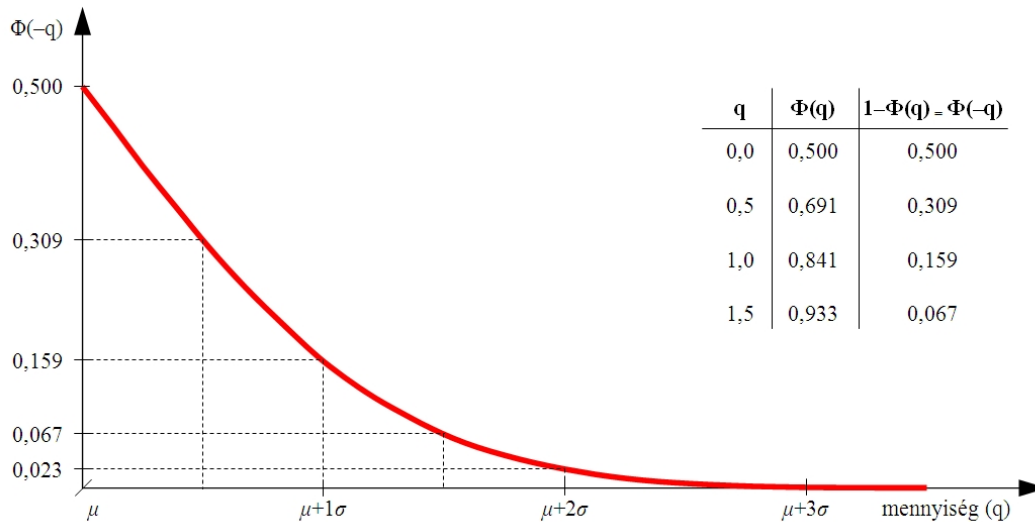
A készletszinttel kapcsolatosan felvázolt összefüggések a költségek meghatározása során is alkalmazhatók. A készlethiány elkerülésével kapcsolatban felmerülő költségek modellezése során az egyszerűsítés érdekében beszerzési költséggel nem kalkulálunk. Ezt az is indokolja, hogy

a beszerzési költség és a készlettartás költségének felhasználása már szükséges volt ahhoz, hogy az 1. ábrában kiindulási feltételként megfogalmazott egyenletes periódus közöket és gazdaságos rendelési tétel-nagyságot meghatározzuk. A beszerzési költségek figyelmen kívül hagyása másrészt azért is indokolt, mert a modell során abból indulunk ki, hogy a teljes vizsgált időszak alatt jelentkező összes igényt és ingadozásokat lefedjük készlettel, ugyanakkor az igények összes mennyisége nem változik, csak az ingadozások miatt az egyes periódusok közötti igények mértékében lesz eltérés. Ebből adódóan az egyik periódusban az alacsonyabb igényhez igazodva kevesebb készletet kell újrendelni, míg a másik periódusban többet. Hasonlóképpen a beszerzéssel összefüggő költségek is ingadoznak, de a teljes vizsgált időszak alatt ezek az ingadozások kiegyenlítődnek.

A költségek vizsgálata során így csak a készlettartás és a készlethiány közötti összefüggéseket számszerűsítjük. A 11. ábra sűrűségfüggvénye és a 12. ábra inverz eloszlás függvénye mutatja a készletezés azon szakaszát, amely esetekben a készletszintek az igények várható értékénél nagyobb, vagy azzal megegyező szintet vehetnek fel. A 11. ábrából kitűnik, hogy pl. amennyiben a készletszint az igények várható értékénél 1 szórásnyival nagyobb értéket vesz fel, úgy a készlethiány valószínűsége már 34,1%-kal csökken. Összefüggésként az is megállapítható, hogy szimmetrikus függvényekből kiindulva az igények ingadozása a (8) összefüggésben megállapított módon a kimenetek 50%-a esetében a tervhez képest kevesebb felhasználást tükröznek, így az igények várható értékénél 1 szórásnyival nagyobb készletszint összességében már 84,1%-kal csökkenti a készlethiány bekövetkezésének valószínűségét.



11. ábra Készlethiány valószínűsége a várható igény szintjét meghaladó készlet esetén [saját szerk.]



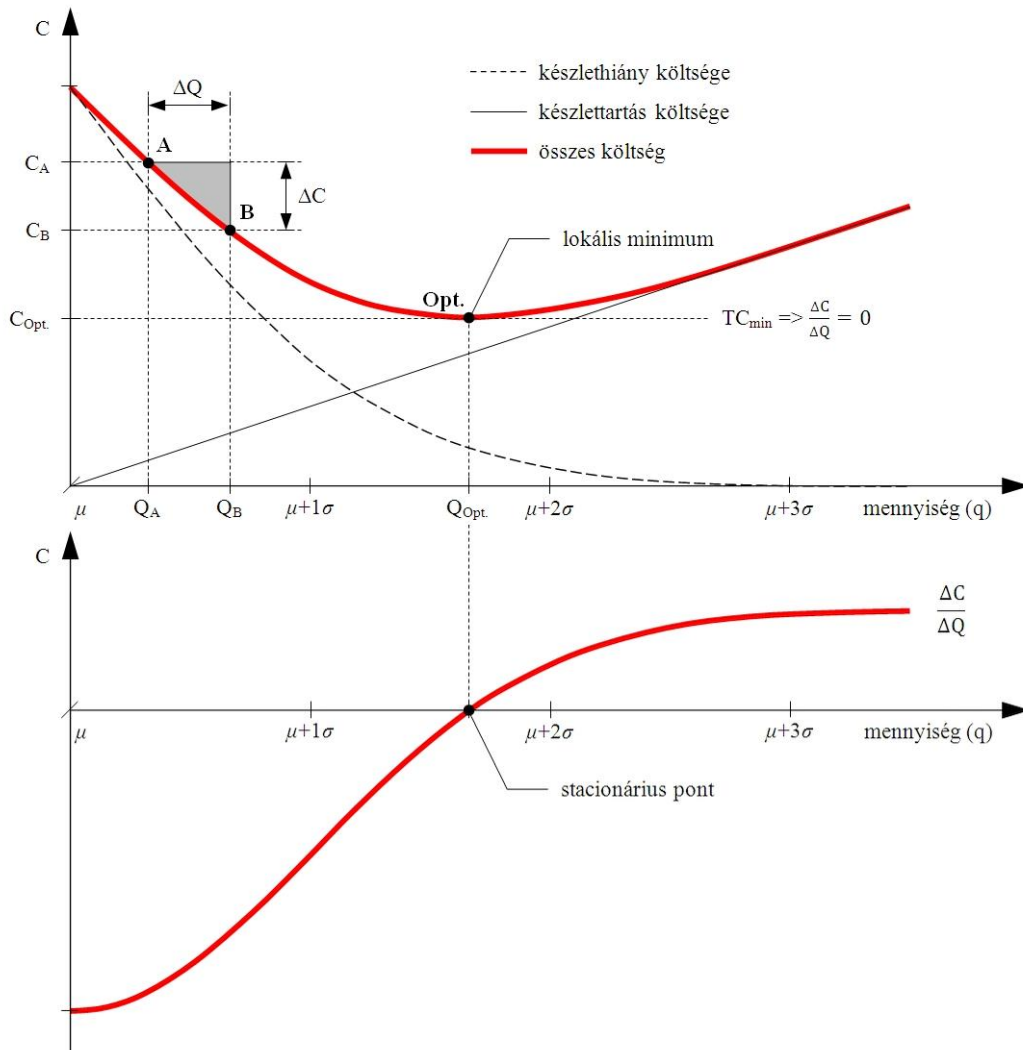
12. ábra Készlethiány valószínűsége a várható igény szintjét meghaladó készlet esetén [saját szerk.]

A különböző készletszinthez rendelhető készlethiány várható bekövetkezésének valószínűségét egy folytonos monoton csökkenő inverz eloszlás függvényben ábrázolhatjuk (12. ábra). Minél nagyobb a készletszint, annál kisebb a készlethiány valószínűsége, és ezáltal a készlethiányból eredő költség, ugyanakkor annál nagyobb a készlettartással összefüggő költségek.

Az optimális készletszint számszerűsítése érdekében készletgazdálkodási stratégiánk során meghatározhatjuk, hogy egy adott mértékű készlethiány milyen szintű költséget eredményez. Az egyes készletszintekhez eltérő mértékű valószínűség rendelhető, mely valószínűségeket a standard normális eloszlás táblázatok segítségével tetszőlegesen ábrázolhatunk. Ha a készlethiány eseményének bekövetkezése valószínűségi változó, akkor a hozzárendelt költségek szintje is valamely szorzótényezővel növelt valószínűségi változó lesz, ez a szorzótényező mintegy beárazza a hiány valószínűségéből adódó költségeket. A 13. ábra így már a költségeket ábrázolja az egyes készletszintek függvényében. A függőleges tengelyen jelölt  $C$  (cost) mutatja a költségek szintjét, így a  $Q_A$  és  $Q_B$  mennyiségekhez megfeleltethető  $C_A$  és  $C_B$  költség szinteket, valamint a  $Q_{Opt}$  optimális mennyiséghez tartozó  $C_{Opt}$  optimális költség értékét.

A készlettartás költségét berajzolva a diagramba meghatározható a két költség egymáshoz viszonyított mozgása. Költségminimalizáló racionális döntést feltételezve azt a készletszintet célszerű megcélozni, amely szintnél a készlethiány és a készlettartás együttes költsége a minimális. A függvények ábrázolásakor érdemes hangsúlyozni, hogy mivel a készlethiány költségét az eloszlásfüggvény értékeiből vezettük le, így a teljes költség optimális pontja nem feltétlenül a készlettartás és készlethiány függvények metszéspontjában adódik.

A teljes költség optimális pontját szélsőérték számítással a függvény deriválását követően határozhatjuk meg. Az optimális összköltséghez tartozó készletszint ott adódik, ahol az egyváltozós folytonos derivált függvény stacionárius pontja egyben monoton növekvő.



13. ábra Készlethiány és készlettartás költségeinek összefüggése a készletszint függvényében [saját szerk.]

## ÖSSZEGZÉS

Készletgazdálkodási stratégiánkban minél szigorúbb elvárást fogalmazunk meg a készlethiány gyakoriságával szemben, annál nagyobb mértékű lesz a készlethiány elkerülése érdekében felmerülő ráfordítás. Alapvetően a két irányban biztosíthatjuk a célul kitűzött szint teljesülését:

- pontosabb előrejelzéssel csökkenthetjük az igény ingadozás bizonytalanságát,
- az ingadozó igények lefedése céljából növelhetjük a biztonsági készleteinket.

A teljes pontossággal előre meg nem jósolható mértékű felhasználási igényváltozások kezelése kompromisszumra kényszeríti a termelő vállalat vezetését. A készletek hiánya jelentős zavarokat okozhat a termelés ellátás és a vevőkiszolgálás irányában, melynek költségvonzata gyakran nem is számszerűsíthető. Minden szervezet számára fontos célkitűzés a készlethiányok elkerülése, azonban az igények sztochasztikus jellege miatt teljes bizonyossággal csak végtelen készletszint tartása mellett lenne lehetséges. A készlettartásnak azonban szintén vannak költségvonzatai, így a vállalkozás számára feladatként merül fel az optimális készletszint meghatározása, ahol a készlettartás és a készlethiány együttes költsége a lehető legalacsonyabb szintet mutatja.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatómunka a Miskolci Egyetem stratégiai kutatási területén működő Logisztikai, Informatikai, Mechatronikai Kiválósági Központ keretében valósult meg.

This project has received funding from the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme under grant agreement No 691942.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] KOLTAI TAMÁS: Termelésmenedzsment, Typotex Kiadó, Budapest, 2009, ISBN 978 963 279 035 0, ISSN 1787-9655
- [2] DR. CSELÉNYI JÓZSEF, DR. ILLÉS BÉLA: Anyagáramlási rendszerek tervezése és irányítása, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc, 2006, ISBN 963 661 672 8
- [3] PREZENSZKI JÓZSEF: Raktározás-logisztika, Ameropa Kiadó, Budapest, 2010, ISBN 978-963-06-8670-9
- [4] STOCKTON, D. J., LIAM QUINN: Identifying economic order quantities using genetic algorithms, International Journal of Operation & Production Management, vol.13, (1993), pp. 92-103, 0144-3577
- [5] SZEGEDI ZOLTÁN, PREZENSZKI JÓZSEF: Logisztika-menedzsment, Kossuth Kiadó, Budapest, 2003, ISBN 963 09 4434 0
- [6] PREZENSZKI JÓZSEF (SZERK.): Logisztika I., Kossuth Kiadó, Budapest, 2006, ISBN 963 431 796 0, ISSN 0865-3313
- [7] JAMES STOCK, DOUGLAS LAMBERT: Strategic Logistics Management, McGraw-Hill Higher Education, 0256136874, Boston, 2001
- [8] RUZENA KRALIKOVA, MIROSLAV RUSKO, EMIL WESSELY: Framework for Applying Six Sigma Methods within Environmental Management, Chapter 45 in DAAAM International Scientific Book 2012, pp. 545-552, B. Katalinic (Ed.), DAAAM International, ISBN 978-3-901509-86-5, ISSN 1726-9687, Vienna, Austria, DOI: 10.2507/daaam.scibook.2012.45
- [9] KORPÁS ATTILÁNÉ, DR. (SZERK.): Általános statisztika II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1997, ISBN 963 19 5508 7
- [10] VÖRÖS JÓZSEF: Termelés- és szolgáltatásmenedzsment, Akadémia Kiadó, Budapest, 2010, ISBN 978 963 05 8835 5, ISSN 2061-6430
- [11] WIKE AGUSTIN PRIMA DANIA: Application of Genetic Algorithms in Inventory Management, Chapter 25 in DAAAM International Scientific Book 2010, pp. 245-258, B. Katalinic (Ed.), DAAAM International, ISBN 978-3-901509-74-2, ISSN 1726-9687, Vienna, Austria DOI: 10.2507/daaam.scibook.2010.25.
- [12] DR. KULCSÁR BÉLA: Ipari logisztika, LSI Oktatóközpont, Budapest, 1998, ISBN 963 577 242 4
- [13] SEBASTIAN KUMMER, OSKAR GRÜN, WERNER JAMMERNEGG: Grundzüge der Beschaffung, Produktion, Logistik, Pearson Studium, München, 2009, ISBN 978-3-8273-7351-9
- [14] DR. CSERNYÁK LÁSZLÓ (SZERK.): Valószínűségszámítás – matematika üzemgazdászoknak, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1998, ISBN 963 18 8413 9
- [15] DR. CSERNYÁK LÁSZLÓ (SZERK.): Analízis – matematika üzemgazdászoknak, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1998, ISBN 963 19 0307 9

---

### **THE EFFECT OF THE DEMAND CHANGES ON THE INVENTORIES AND COSTS**

*When the future customer demands can be exactly quantified, the level of the closing stock, the quantity of the placed order and the actual date of the order can be clearly defined with the knowledge of the initial stocks, the production demand and the restocking of supplies. However, this initial condition is very rare in practice. There are several unpredictable factors influencing the stock level that will affect the operation of the production company. The objective of the logistics management is to guarantee the stock level required for the adequate handling of production at the lowest possible level of costs. The definition of the service level provides an opportunity to handle the fluctuation of demands due to different impacts with a predetermined safety, and to quantify the stock level required for the operation.*

**Keywords:** *change of demands, safety stock, cost, stochastic, standard normal distribution, random variable ide*

---



KORPONAI János (MSc) doktorandusz hallgató Hatvany József Informatikai Tudományok Doktori Iskola Anyagáramlási rendszerek, logisztikai informatika  janos.korponai@gmail.com orcid.org/0000-0003-3080-810X	KORPONAI János (MSc) PhD student József Hatvany Doctoral School in Information Sciences Material Handling Systems and Information Engineering for Logistics janos.korponai@gmail.com orcid.org/0000-0003-3080-810X
Dr. BÁNYAINÉ Dr. TÓTH Ágota, PhD egyetemi docens Miskolci Egyetem, Logisztikai Intézet altagota@uni-miskolc.hu orcid.org/0000-0002-2537-7301	Dr. BÁNYAINÉ Dr. TÓTH Ágota, PhD <i>associate professor</i> University of Miskolc, Institute of Logistics altagota@uni-miskolc.hu orcid.org/0000-0002-2537-7301
Prof. Dr. ILLÉS Béla, PhD Intézet igazgató, egyetemi tanár Miskolci Egyetem, Logisztikai Intézet altilles@uni-miskolc.hu orcid.org/0000-0002-6577-0300	Prof. Dr. ILLÉS Béla, PhD head of the institute, university professor University of Miskolc, Institute of Logistics altilles@uni-miskolc.hu orcid.org/0000-0002-6577-0300



[http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2016\\_2/2016-2-12-0321-Korponai\\_Janos\\_et\\_al.pdf](http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2016_2/2016-2-12-0321-Korponai_Janos_et_al.pdf)

