

Kling Fanni, Somosi Vilmos, Pokorádi László, Rohács Dániel

BUDAPEST LISZT FERENC NEMZETKÖZI REPÜLŐTÉR LÉGIJÁRMŰ FORGALMÁNAK ELEMZÉSE MARKOV-FOLYAMATOKKAL

A jelentős légi jármű forgalmat bonyolító repülőterek működése szempontjából kiemelten fontos az üzemeltetési eljárások elemzése a hatékonyság optimalítása, valamint a kapacitás növekedését biztosító fontosabb beruházások meghatározása érdekében. A teljesítménymutatók elemzésére egyik használható eljárás a Markov-típusú sorbanállási modellek alkalmazása, melyekkel kiválóan modellezhetőek a repülőtéri kiszolgálási rendszerek, vagy akár a repülőtéri infrastruktúra (guruló utak, futópálya, állóhelyek és utas-mólók) egyes tényezői (késések, kihasználtság, maximális terhelhetőség). Tanulmányunk a Markov modellek alkalmazási lehetőségét mutatja be a légi jármű forgalom elemzésére a Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér példáján keresztül.

Kulcsszavak: Markov folyamatok, sorbanállási modellek, repülőtéri kapacitásvizsgálat, léginnavigációs szolgáltatás

BEVEZETÉS

Egy közforgalmú repülőtér kapacitását különböző területek, szempontok befolyásolhatják. Ezért fontos figyelembe vennünk az utasforgalmi tényezőket, ground handling folyamatokat, és a repülőtéri infrastruktúrát, légiközlekedési sajátosságokat. A reptéri működés fejlesztése az európai uniós SESAR programnak is sarkalatos pontja [1]. A vizsgálatok pedig gyakran használnak matematikai modelleken alapuló szimulációkat a forgalom optimalizálása érdekében [2] [3]. Ugyanakkor a gyorsított idejű szimulátorok beszerzése drága, és egy kezdeti, hozzávetőleges elemzéshez túlságosan részletesek [4]. Ezzel szemben egy másik matematikai modellezés a sorbanállás-elméleten alapszik, amelyet a jelen cikk szerzői is felhasználnak a budapesti Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér futópálya kihasználtságának elemzésére.

A sorbanállás-elmélet gyakran alkalmazott módszer repülőtéri kiszolgálási rendszerek modellezésére [5]. Az elmélet elsősorban kapacitástervezési döntéseknél játszik szerepet [6], amelyek repülőtér esetén például a gurulóutak, futópályák, állóhelyek kihasználtságának elemzéseit jelentheti [5]. Ebből következően, a késések mértéke is elemezhető, amit egyértelműen szemléltet a várakozó, sorban álló gépek száma [4].

Ahhoz, hogy a repülőtéri kiszolgálóegységeket sorbanállási rendszerként kezeljük, definiálni kell a beérkező igényekre jellemző sztochasztikus folyamatot, továbbá azonosítani kell a kiszolgálás idejét, szabályrendszerét. A Markov folyamatokkal jellemezhető sorbanállás elmélet több kutatás szerint alkalmasnak bizonyult a reptéri működés sztochasztikus folyamatainak elemzésére, amely figyelembe veszi a beérkező igényekben és kiszolgálási időben tapasztalt variabilitását [5][7][8][11][12].

Vizsgálatunk célja a Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér futópálya-kihasználtságának vizsgálata sorbanállási modell felhasználásával. A repülőtér infrastruktúrájából adódóan a két-pályás üzemmód működését modelleztük, külön-külön elemezve az érkezésre és indulásra

használt futópálya használatát. Az elemzés célja ezen felül további kulcsfontosságú teljesítménymutatók bemutatása, mint várakozó gépek száma és a várakozás ideje. Ezen kívül megfontolásra kerül további modell készítésének lehetősége, ami a fókusz a futópályáról az apronra, ezen belül az állóhelyek kihasználtságának számítására helyezni.

Tanulmányunk az alábbi részekből áll: A 2. fejezet a Markov típusú sorbanállási elméletet mutatja be. A 3. fejezet a vizsgált repülési környezetet írja le. A 4. fejezetben a rendszer Markov típusú sorbanállási modellvizsgálatát, valamint a kapott eredmények szakmai kiértékelését találjuk meg. Végül az 5. fejezetben a Szerzők összegzik a tanulmány elkészítésekor szerzett tapasztalatokat.

A MARKOV TÍPUSÚ SORBANÁLLÁSI ELMÉLET

A sorbanállási elmélet a várakozások elemzésével foglalkozik, célja pedig ismert paraméterek alapján olyan kulcsfontosságú teljesítménymutatók előrejelzése, mint a kiszolgáló foglaltsági valószínűsége, várakozó kliensek száma, és várakozás ideje.

Sorbanállási, kiszolgálási rendszeren olyan rendszert értünk, amelybe a fogyasztók véletlenszerűen érkeznek be, az eltérő igényeik kielégítésére várnak, majd a kiszolgálásuk után a rendszerből távoznak. Egy sorbanállási rendszer modellezéséhez szükséges tudnunk a beérkező fogyasztók belépései közti, valamint a kiszolgálási idők eloszlásfüggvényeit, a kiszolgáló egységek számát és a rendszer kapacitását. A paraméterek definiálásával különböző típusú sorbanállási modell építhető fel [9]. A modellek könnyebb osztályozhatósága érdekében bevezetésre került Kendall jelölésrendszere [10]

$$A / B / m / K / n / D,$$

ahol:

- A – beérkezési időközök eloszlásfüggvénye;
- B – kiszolgálási idők eloszlásfüggvénye;
- m – kiszolgálók száma;
- K – rendszer befogadóképessége (kapacitás);
- n – Populáció száma;
- D – kiszolgálási elv.

A beérkezési és kiszolgálási idők (A és B) eloszlásfüggvénye többféle lehet. Exponenciális eloszlásfüggvény esetén a (beérkezési időknél diszkrét Poisson; kiszolgálásinál exponenciális) az időközök független eloszlású valószínűségi változók [10]. Ez azt jelenti, hogy a beérkezési/kiszolgálási idő valószínűsége független attól, hogy a legutolsó beérkezéstől/kiszolgálástól számítva mennyi idő telt el, így az adott jelenbeli állapot mellett a rendszer jövőbeni állapota nem függ a múltbeliektől [4]. Az emlékezet nélküli („memoryless”) tulajdonság miatt a modellnek ezen osztályát Markovi-folyamatként hívhatjuk, és a Kendall jelölésrendszer alapján M -ként jelöljük. A determinisztikus (D), Erlang (E_k) és általános eloszlásfüggvénnyel (G) jellemezhető beérkezési és kiszolgálási idők jellemzői jelen cikkben nem kerülnek bemutatásra.

További fontos jellemző a kiszolgálók száma. Kiszolgálónak tekintünk minden olyan kiszolgálóegységet, amelyek egyszerre párhuzamosan működnek és egyszerre csak egy igényt kezelnek. Amennyiben több kiszolgáló működik – azaz a rendszer többcsatornás –, a várakozási idők csökkennek, a kiszolgálás gyorsul.

A rendszerbe beengedhető fogyasztók száma korlátozott lehet, ekkor korlátozott befogadóképességű rendszerről beszélünk. Amennyiben a befogadóképesség és az igényforrás (populáció) számossága végtelen, exponenciális eloszlásfüggvényű a modell, és a kiszolgálás First Come First Served (FCFS) elve alapján működik, a jelöléseket és elhagyjuk és a sorbanállási modell osztályozását tekintve $M/M/c$.

Különösen fontos a modelltől kapott teljesítménymutatók elemzése. Legfőbb mutatók a szerver kihasználtsága, a rendszerben átlagosan tartózkodó fogyasztók száma, a sorban átlagosan tartózkodó fogyasztók száma, az átlagos várakozási idő a rendszerben és az átlagos várakozási idő a sorban.

Több kutatás is foglalkozott a sorbanállási elmélet alkalmazásával repülőtéri forgalom modellezésében. Futópályát érintő késések számításához Kivestu [14], Malone [15] és Pyrgiotis [16] alkalmazott markovi sorbanállási modellt. A modellek megfelelőnek bizonyultak a hosszú-távú tervezésben, azaz például annak meghatározásában, hogy egy új futópálya építése hogyan növelné a hatékonyságot a késések csökkentése révén [5].

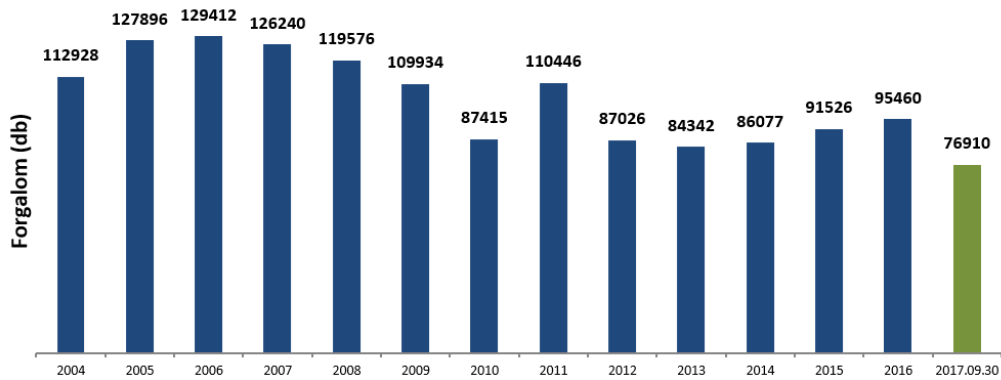
A beérkező gépek folyamatának optimalizálásához Thiagaraj és Seshaiha a fókuszot a kiszolgálási idők eloszlásfüggvényének pontos meghatározására helyezte a koefficiensek pontos definiálásával [4]. Ugyanakkor Willemain szerzőtársaival bizonyította a Poisson eloszlásfüggvény alkalmazásának validitását érkező gépek modellezésére [11].

A gurulóutak késésének modellezésére az LMINET szoftver (NAS sorbanállási modellje) is Markov-folyamatú $M/M/1$ sorbanállási modellt használt fel [12]. A terminálra érkező utasok többszerveres sorbanállási karakterisztikáját Mehri és szerzőtársai vizsgálták meg annak érdekében, hogy kiszámítsák a sorban állás költségét [13]. Mindez azt jelzi, hogy a sorbanállási elmélet alkalmas eszköz a Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér légi forgalmának elemzésére.

A REPÜLÉSI KÖRNYEZET

A Markov elméleten alapuló modellt a Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér (LHBP¹) induló/érkező légi jármű forgalmáról készítettük, a légiforgalmi irányítói állomány és repülőtéri forgalmi kapacitásérték (terheltség) meghatározása érdekében. A repülőtéri forgalmi hatékonyság mérésének jelentősége különösen felértékelődik, amikor a jelentkező légitársasági igények jelentős forgalmi növekedést prognosztizálnak, illetve amikor nagy értékű infrastrukturális beruházások tervezésére kerül sor. Előbbi igényt szemléltetik az elmúlt évek forgalmi adatai (1. ábra), míg utóbbinak példája a napjainkban folyó állóhely bővítési és utas-móló építési munkálatok [26].

¹ a repülőtér ICAO (ENSZ polgári légiközlekedési szervezete) kódja

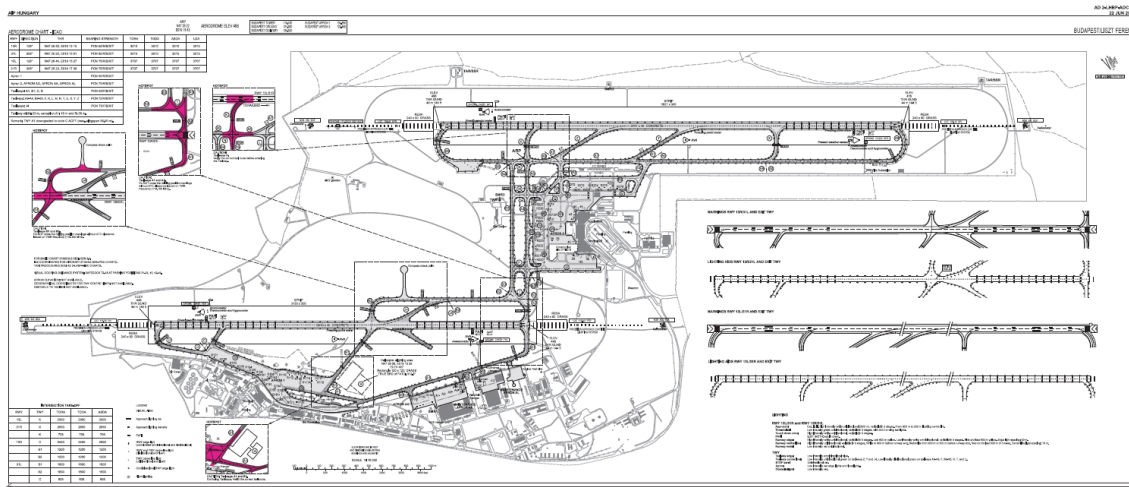


1. ábra Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér forgalma (Forrás: HungaroControl)

A számításokhoz szükséges adatokat olyan időszakban mintavételeztük, amikor a repülőtér korlátozások nélkül, mindkét futópályával üzemelt.

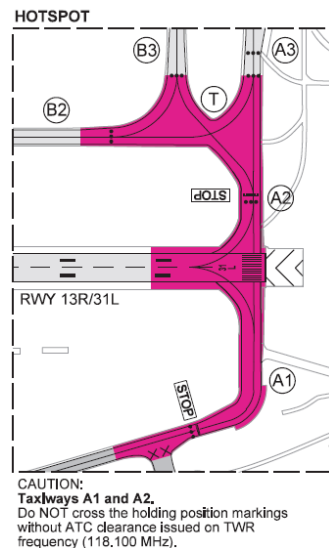
A LHBP olyan komplex környezet, amelynek kapacitási mutatóit és a hatékonysága növelése érdekében javasolt fejlesztéseket összetett modellekkel kell meghatározni. Az összetett modellezés szintén megvalósítható oly módon, hogy a jelen dolgozatban alkalmazott ún. egy serveres számítások alapján több serveres modellezéseket is alkalmazunk.

Az egy kiszolgálós modell felállításához a 2. ábrán szereplő térképen elemeztük a repülőtéri környezetet, és olyan infrastruktúra pontot kerestünk, amelyben egyértelmű az input és output meghatározása [24].



2. ábra LHBP repülőtéri forgalmi térkép (forrás: AIP Magyarország)

Megállapítottuk, hogy az előtér (Apron) a több útvonalon történő megközelítés inkább a több serveres modellezéshez alkalmazandó, ezért a légitársaságok földi mozgásának fontosabb szakaszai közül (állóhelyekről és a repülőtéri előtérrel a guruló utakon (TWY) át a felszállópályához (RWY) történő gurulás) végül a futópálya és a gurulóutak csatlakozásánál kialakított várópontra szűkítettük a vizsgálati kört. Figyelemmel azonban a ferihegyi infrastruktúrára és eljárásokra, a két párhuzamos futópálya lehetőségei közül az ún. 31L váróponjtját („Hotspot” környezetet) azonosítottuk be, mivel az összes induló légitársaság a felszállópályát kizárólag az A1 és A2 gurulóúton keresztül tudja megközelíteni (3. ábra).



3. ábra RWY 31L környezet (forrás: AIP Hungary)

Az egy szerveres modell alkalmazhatósága végett a repülőtér komplexitására jellemző, és a számítások pontosságát befolyásoló alábbi repülőtéri forgalmi kapacitást korlátozó szempontokat nem vettük figyelembe (szolgáltatások/funkciók, a teljesség igénye nélkül) [25]:

→ Utasforgalmi:

- hosszú távú, illetve induló-érkező oldali rövidtávú gépjárműparkolók száma, elhelyezkedése;
- check-in pultok (javasolt figyelembe venni a non-Schengen/Schengen szabályokat);
- biztonsági kapuk (non-Schengen/Schengen szabályok és a repülőtér biztonsági szintje befolyásoló tényezők);
- beszálló kapuk (mólók/buszos/gyalogos megoldások);

→ Ground handling²:

- poggyász és légiáru kezelés;
- üzemanyagtöltő kocsik, targoncák, vontatóvillák, jégtelenítők száma;
- repülőtéri karbantartó járművek, follow-me autók és marshaller-ek rendelkezésre állása;

→ Repülőtéri infrastruktúra, légiközlekedési sajátosságok:

- futópályák és guruló utak száma, elhelyezkedése³;
- állóhelyek száma;
- irányító szolgálat kapacitása (légiforgalmi irányítók száma);

² A rendelkezésre álló infrastruktúra, de maga a légi jármű (utasok, üzemanyag, kért szolgáltatás) jelentős mértékben befolyásolja az úgynevezett turn-around időt (ameddig a légi járműnek az állóhelyen kell tartózkodnia az újabb repülési feladatig)

³ Az érkező forgalmi kapacitást alapvetően a futópálya (RWY) felszabadítását biztosító gurulóutak (TWY) elhelyezkedése és rendelkezésre állása befolyásolja; LHBP RWY 31R esetében a gyors gurulóutak gyorsabb pályaelhagyást biztosítanak (ld. 2. sz. ábra)

→ időjárásból, illetve turbulencia vagy zajcsökkentési eljárásokból adódó forgalmi korlátozások⁴.

A fenti tényezőket az elemzés következő fázisában, a többszerveres modell alkalmazásakor vesszük figyelembe.

A LÉGIJÁRMŰ FORGALOM MODELLEZÉSE

Jelen tanulmányunkban az úgynevezett $M/M/1$ sorbanállási modellt alkalmazzuk. Az $M/M/1$ modell esetén a beérkezési folyamat λ paraméterű Poisson eloszlásfüggvénnyel jellemezhető, míg a kiszolgálási idők μ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változók. Feltételezzük továbbá, hogy λ és μ egymástól független változók. A memórianélküli tulajdonság miatt a rendszer jelen állapota nem függ a kezdeti állapottól, folytonos idejű Markov-lánc lesz, amelyben az igények egyesével érkeznek be. A rendszer állapotváltozásainak valószínűségére jellemző a születési-halálozási folyamat. Azaz, a rendszer állapotának növekedése akkor történik, ha egy igény beérkezett, és ez az arány λ -val egyenlő. Hasonlóan, a rendszer állapotának csökkenése akkor történik, ha az igény távozott, és ez az arány μ -vel jellemezhető. A stabilitás kondíció (equilibrium analysis) alapján belátható, hogy:

$$(P_{n-1}(\lambda)) = (P_n(\mu)) \cdot \quad (1)$$

A sorbanállási rendszerek működését a születési-halálozási folyamatokkal is lehet modellezni, így a további mutatókkal fontos összefüggéseket mutat.

Hatékonysági mutatóként szolgál a szerver kihasználtsága, amely megmutatja, az idő hányad részében foglalt a rendszer.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2)$$

Mindez összefüggést mutat a születési-halálozási folyamat stabilitás kondíciójával, hiszen:

$$P_n = (\rho)(P_{n-1}) \quad (3)$$

Mivel a memórianélküliség tulajdonság alkalmas arra, hogy a rendszer aktuális állapotát meghatározzuk, kiszámítható adott számú igény jelenlétének valószínűsége:

$$P_n = (\rho^n)(P_0) \quad (4)$$

Továbbá kiszámolható a rendszerben tartózkodó igények átlagos száma:

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (5)$$

Little's törvény alapján (a rendszerben lévő átlagos igények a beérkezési folyamat és az átlagos rendszerben eltöltött idő szorzata), az igény rendszerben eltöltött átlagos ideje, W_s :

⁴ Alaphelyzetben az induló forgalom esetében az azonos sztenderd indulási eljárást (SID) követő légi járművek esetében ez az elkülönítési idő; ezt befolyásolhatja az eltérő turbulencia kategória (például heavy-t medium vagy light követ) vagy az eltérő géptípusok (turboprop vs. jet sebesség és emelkedési ráta miatt)

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad (6)$$

Az igény átlagos sorban töltött ideje meghatározható, ha a teljes rendszerben töltött idejéből kivonjuk az elvárt kiszolgálási időt:

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (7)$$

Ahhoz pedig, hogy a sorban álló átlagos igényszámot meghatározzuk:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (8)$$

Jelen tanulmányunkban külön vizsgáljuk a felszállási és leszállási folyamatot, ezért két $M/M/1$ modellt készítettünk. Az igényeket a repülőgépek szemléltetik. A beérkezési folyamat, λ az adott időegység alatt felszálló/leszálló repülőgépek száma. Az m kiszolgálóként szolgál a futópálya használata felszálláshoz és leszálláshoz. Kiszolgálási idő kezdetének a váróponthoz elhagyását/leszállás megkezdését vettük, míg végének azt a pontot, ami után a légiforgalmi irányító újabb gépet indíthat/ fogadhat. Az adott időintervallumot (60 perc) elosztottuk az átlagos kiszolgálási idővel, így megkapva a 60 perc alatt átlagosan kiszolgálható gépek μ számát. Nem foglaltunk meg reptérkapacitásra vonatkozó értéket és populációszámot.

A beérkező gépek számát, beérkezési időközöket a HungaroControl Zrt. módszertani osztályon dolgozó szakértői bocsátották rendelkezésre. Az induló gépekhez olyan 1 órás időszávot választottunk ki az elemzésre, amelyben a beérkezési időközök közötti idő nem tulajdonítható külső faktornak (pályairány váltás, menetrendbeli nagy különbség). A pályairány 31L (lásd 1. táblázat). Az érkező gépekhez két munkanapon délutáni, 1 órás időszávot választottunk ki (lásd 2. táblázat). A pályairány érkezőknél 13R. Az átlagos kiszolgálási időt a deklarált kapacitásértékből határoztuk meg mindkét folyamatnál. A számításnál feltételeztük, hogy az időjárás viszonyok, így az átlagos kiszolgálási idő változatlan marad.

Fontos megjegyezni, hogy a kiszolgálási időközök egymástól függetlenek és egyenletes eloszlású exponenciális folyamatok, ami ezáltal még az ATC elkülönítési szabályokból adódó variabilitáson felül is viszonylag nagy szórást visz a számításba.

Sorbanállási modell jellemzői ($M/M/1$)	Érték 31L	
	2017 aug.2. 18:28–19:28	2017 aug.5. 06:35–07:35
Beérkező gépek száma (λ)	15	11
A szerver által átlagosan kiszolgálható gépek száma 1 óra alatt (μ)	30	30
Szerver (m)	1	1

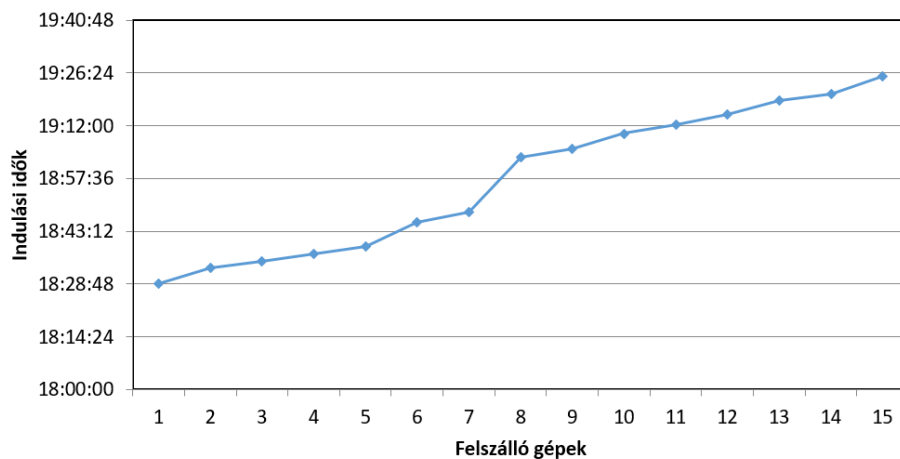
1. táblázat Az induló gépek sorbanállási modelljének jellemzői

A modelleket az R statisztikai szoftver queueing csomagjával készítettük [17] [18]. A csomagba sokféle Markov típusú sorbanállási modell került beépítésre, és az algoritmusok a teljesítménymutatókat is visszaadják lefuttatásuk után.

Sorbanállási modell jellemzői (M/M/1)	Érték 13R	
	2017 aug.4. 17:04-18:04	2017 aug.7. 17:00-18:00
Beérkező gépek száma (λ)	14	17
A szerver által átlagosan kiszolgálható gépek száma 1 óra alatt (μ)	30	30
Szerver (m)	1	1

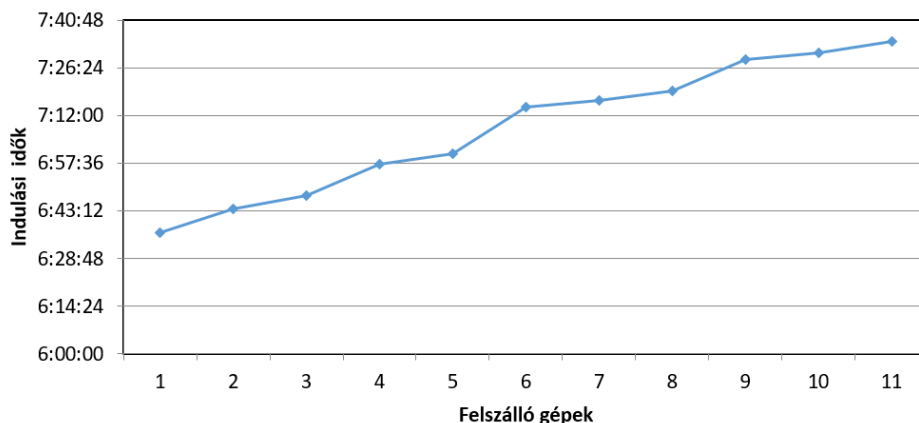
2 táblázat Az érkező gépek sorbanállási modelljének jellemzői

Az augusztus 2-i induló gépek eredménye alapján a szerver kihasználtság 50%-os, az átlagosan a váróponton lévő gépek száma csekély ($L_q=0,5$), az átlagos várakozási idő a sorban 2 perc ($W_q=0,0333$ óra).



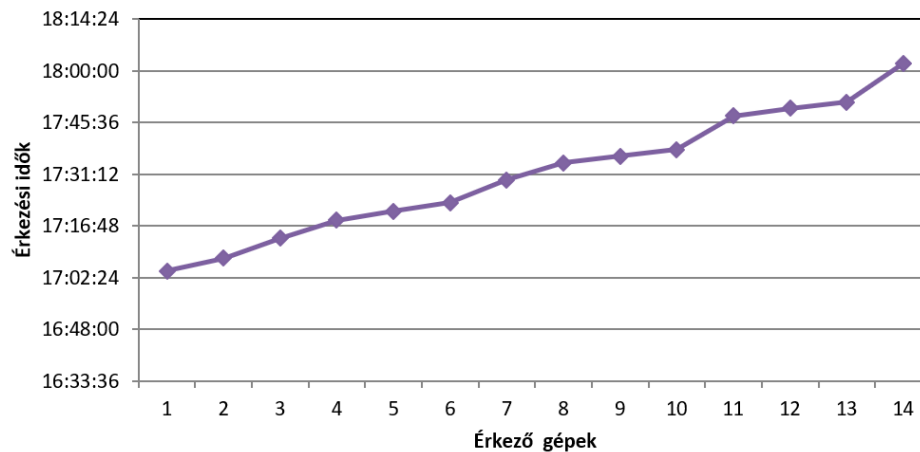
4. ábra Induló gépek között eltelt idő augusztus 2-án este

Az augusztus 5-i induló gépek eredménye alapján a szerver kihasználtsága 36%-os, az átlagosan a váróponton lévő gépek száma csekély ($L_q=0,21$), az átlagos várakozási idő a sorban 1,1 perc ($W_q=0,019$ óra).



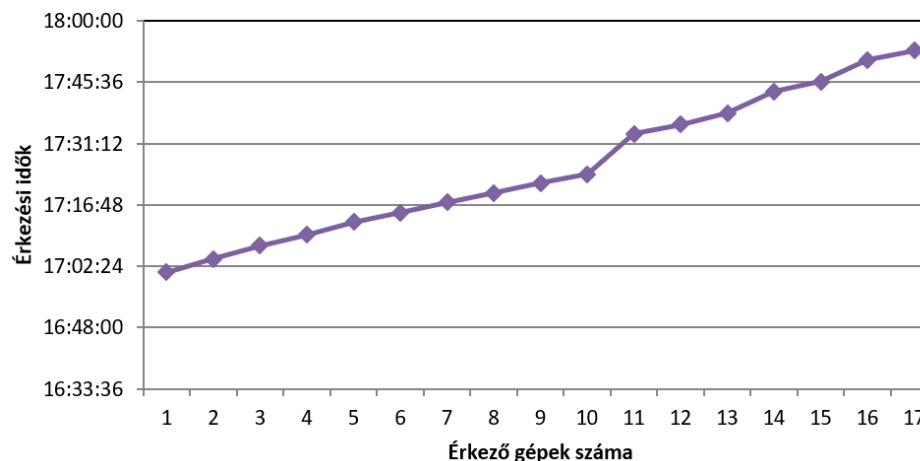
5. ábra Induló gépek között eltelt idő augusztus 5-én reggel

Az augusztus 4-i érkező gépek eredménye alapján a kiszolgáló kihasználtság 46%-os ($\rho = 0,46$), az átlagosan leszállásra várakozó gépek száma 0,4 ($L_q = 0,4$), az átlagos várakozási idő ehhez 1,74 perc ($W_q = 0,029$ óra).



6. ábra Érkező gépek között eltelt idő augusztus 4-én este

Az augusztus 7-i érkező gépek eredménye alapján a kiszolgáló kihasználtsága 56%-os ($\rho = 0,56$), az átlagosan leszállásra várakozó gépek száma csekély ($Lq = 0,74$), az átlagos várakozási idő ehhez 2,6 perc ($W_q = 0,043$ óra).



7. ábra Érkező gépek között eltelt idő augusztus 7-én este

ÖSSZEFOGLALÁS

Vizsgálatunk célja a Budapest Liszt Ferenc Nemzetközi Repülőtér futópálya-kihasználtságának vizsgálata sorbanállási modell felhasználásával. A repülőtér infrastruktúrájából adódóan a két-pályás üzemmód működését modelleztük, külön-külön elemezve az érkezésre és indulásra használt futópálya használatát. Az elemzés célja ezen felül további kulcsfontosságú teljesítménymutatók bemutatása volt, mint várakozó gépek száma és a várakozás ideje.

Az eredmények azt mutatják, hogy az adott időintervallumban vizsgált futópálya kihasználtsága közepes (30-56%-os), a kiszolgálásra való várakozás ideje nem haladta meg a 3 percet. A kihasználtság ugyan változott a munkanapok és hétvégék különböző napszakjaiban, de csupán minimális különbséggel. Figyelembe véve, hogy a meghatározott futópálya kapacitás érkező és induló gépek esetében is 30 volt 2017 nyarán, megállapítható, hogy a futópálya nem jelentett szűk keresztmetszetet abban az időszakban.

Az eredmények tükrében érdemes lehet a sorbanállási elmélettel a terminálra fókuszálni. Az Apron állóhelyeinek kihasználtsága tökéletes input lehet markovi többszerveres sorbanállási folyamatelemzéshez, amelyben a beérkező gépek számának, az átlagos kiszolgálási időnek és az állóhelyek számának ismeretében a teljesítménymutatók kiszámolhatóak.

Megjegyzendő, hogy a sorbanállási elmélet számos kutató szerint nem a legmegfelelőbb eszköz a reptéri operációk hatékony elemzésére, mivel a beérkezési és kiszolgálási idők becslött értékei nem elég pontosak [19]. Tény, hogy az irodalmak nem feltétlenül értenek egyet abban, hogy a beérkezési és kiszolgálási időközök időben független, exponenciális folyamatot követnek a reptéri indulási és érkezési folyamatokat vizsgálva, vagy időben egymástól függő folyamatokról van szó [6] [20]. Belátható, hogy különböző befolyásoló tényezők hatnak a fel- és leszállás alatti kiszolgálási időtartamra. Alapvető, hogy megfelelő térközt kell biztosítani felszálló-felszálló és leszálló-leszálló gépek között, a különböző turbulencia kategóriájú gépek között eltérő az elkülönítés mértéke, és mindez érvényes a kiszolgálóegységben eltöltött időre is (azaz, amíg nem szállhat fel/le újabb gép). Ezért Ebert javasolja a dinamikus sorbanállási rendszerek alkalmazását, amely figyelembe veszi azt, hogy a beérkezési és kiszolgálási időközök nem függetlenek [6]. Fontos megjegyezni, hogy a dinamikus, időben változó eloszlások leginkább akkor indokoltak, ha egész nap kerül modellezésre, vagy pályairányváltás történik, vagy az időjárási körülmények változnak [23]. Ebben az esetben a klasszikus sorbanállási elméletre jellemző, stacionárius állapotú modellek („steady state”) nem ajánlottak.

A vizsgált rövid, 1 órás intervallum alapján a beérkezési időközök és a kiszolgálási időközök nem mutattak ehhez hasonló variabilitást, a rendszer a megszokott stacionárius állapotban volt. A beérkezési folyamat ugyan nem volt teljesen folyamatos; a Markov folyamat véletlen jellege jól magyarázta a forgalom időnkénti megugrását illetve csökkenését. A kiszolgálási folyamat markovi jellege Willemain [11], illetve Dou és szerzőtársai [12] által validált, míg Ebert [6], Kelton [19] és Koopman [20] által kritizált, mindenesetre érdemes megfontolni egy szintén sztochasztikus, de kisebb szórású és dinamikus (időben összefüggő, Erlang eloszlású) folyamatot, amely az ATC elkülönítési szabályokat is figyelembe veszi [22].

Továbbá megjegyzendő, hogy a sorbanállási modellek közelítő, becslő értéket adnak a reptéri operáció hatékonysága szempontjából. Pontosabb elemzések érdekében léteznek olyan szimulációk, amelyek élethűen modellezik a repülőgép mozgását, figyelembe véve az egyes géptípusok képességét, a köztük lévő interakciók szabályait az ATC elkülönítési szabályok alapján [21].

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] SESAR JOINT UNDERTAKING. "SESAR 2020 Multi Annual Work Program." (2015)
- [2] Lee, Hanbong, et al. "Taxi time prediction at Charlotte Airport using fast-time simulation and machine learning techniques." 15th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operation (ATIO) Conference, Dallas, TX. 2015.
- [3] Günther, Yves, et al. "Improved airport operations planning by using tailored forecasts of severe weather." (2015): 1-12.
- [4] THIAGARAJ, H. B., and C. V. SESHIAH. "A Queuing Model for Airport Capacity and Delay Analysis." *Applied Mathematical Sciences* 8.72 (2014): 3561-3575.
- [5] Simaiakis, Ioannis, and Hamsa BALAKRISHNAN. "A queuing model of the airport departure process." *Transportation Science* 50.1 (2015): 94-109.
- [6] Ebert, Anthony, et al. "Computationally Efficient Simulation of Queues: The R Package queuecomputer." arXiv preprint arXiv:1703.02151 (2017).
- [7] Pokorádi, László. "Rendszerek és folyamatok modellezése." Campus Kiadó, Debrecen 242 (2008).
- [8] Pokorádi, László. "Queuing Models Used to Investigate Technical Logistics." *Advanced Modeling and Optimization* 4.2 (2002): 9-14.
- [9] Bhat, U. Narayan. *An introduction to queueing theory: modeling and analysis in applications*. Birkhäuser, 2015.
- [10] Ferenczi, Dóra. *Sorbanállási problémák*. Thesis. Eötvös Loránd Tudományegyetem, 2014.
- [11] Willemain, Thomas R., Hui FAN, and Huaiyu MA. "Statistical analysis of intervals between projected airport arrivals." *Rensselaer Polytechnic Inst., DSES Tech. Rept* (2004): 38-04.
- [12] Long, Dou, et al. "Modeling air traffic management technologies with a queuing network model of the national airspace system." Tech. rep., NASA Langley Research Center, Hampton, VA. Technical Report NASA/CR-1999-208988. (1999).
- [13] Mehri, Houda, Taoufik DJEMEL, and Hichem KAMMOUN. "Solving of waiting lines models in the airport using queuing theory model and linear programming the practice case: aimhb." hal-00263072, version 2 - 2 Apr 2008. (2006).
- [14] Kivestu, Peeter Andrus. *Alternative methods of investigating the time dependent M/G/k queue*. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 1976.
- [15] Malone, Kerry Marie. *Dynamic queueing systems: behavior and approximations for individual queues and for networks*. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [16] Pyrgiotis, Nikolaos. *A stochastic and dynamic model of delay propagation within an airport network for policy analysis*. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 2012.
- [17] R CORE TEAM. „R: A language and environment for statistical computing”. Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>. (2016)
- [18] Canadilla Pedro. *queueing: Analysis of Queueing Networks and Models*. R package version 0.2.11, <https://CRAN.R-project.org/package=queueing>. (2017).
- [19] Kelton, W. David. *Simulation with ARENA*. McGraw-hill, 2002.
- [20] Koopman, Bernard O. "Air-terminal queues under time-dependent conditions." *Operations Research* 20.6 (1972): 1089-1114.
- [21] De Wet, Karlien. "Airport capacity analysis and configuration." Thesis. University of Pretoria. (2011).
- [22] Jacquillat, Alexandre. *A queuing model of airport congestion and policy implications at JFK and EWR*. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 2012.
- [23] Gupta, Shubham. *Transient analysis of D (t)/M (t)/1 queuing system with applications to computing airport delays*. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- [24] AIP HUNGARY LHBP CHARTS <https://ais.hungarocontrol.hu/aip/2017-12-07/>
- [25] AIP HUNGARY LHBP AD 2.21 NOISE ABATEMENT PROVISIONS <https://ais-en.hungarocontrol.hu/aip/2015-02-05/>
- [26] BUDAPEST AIRPORT: Gyors ütemben épül az új utasmoló a repülőtéren. Forrás: http://www.bud.hu/budapest_airport/media/hirek/gyors-utemben-epul-az-uj-utasmolo-a-repuloteren-24930.

**AIR TRAFFIC ANALYSIS BY MARKOV MODELLING AT BUDAPEST
LISZT FERENC INTERNATIONAL AIRPORT**

High density airports constantly require assessments of procedures in order to increase operational efficiency and to identify significant investments. Queuing models with Markov process are one of the tool to analyse key performance indicators and modelling airport handling systems or certain aspects (delay, throughput, maximum load) of airport capacity (taxiways, runway, aprons and passenger gates). Our study introduces the possibility of Markov model application for air traffic analysis at Budapest Liszt Ferenc International Airport.

Keywords: Markov process, queuing models, airport capacity assessment, air navigation service provision

Kling Fanni szimulációs adatelemző HungaroControl Magyar Légiforgalmi Szolgálat Zrt fanni.kling@hungarocontrol.hu orcid.org/0000-0001-7379-9069	Fanni Kling Data Scientist HungaroControl Hungarian Air Navigation Services fanni.kling@hungarocontrol.hu orcid.org/0000-0001-7379-9069
Somosi Vilmos FAB program menedzser és polgári-katonai együttműködési koordinátor HungaroControl Magyar Légiforgalmi Szolgálat Zrt vilmos.somosi@hungarocontrol.hu orcid.org/0000-0002-4763-2174	Vilmos Somosi FAB Program manager and civil-military coopera- tion coordinator HungaroControl Hungarian Air Navigation Services vilmos.somosi@hungarocontrol.hu orcid.org/0000-0002-4763-2174
Dr. Pokorádi László, CSc egyetemi tanár Óbudai Egyetem Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu orcid.org/0000-0003-2857-1887	Pokorádi László, CSc Full Professor Óbuda University Institute of Mechatronics and Vehicle Engineering pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu orcid.org/0000-0003-2857-1887
Dr. Rohács Dániel, PhD Szakmai Fejlesztési Osztályvezető HungaroControl Magyar Légiforgalmi Szolgálat Zrt daniel.rohacs@hungarocontrol.hu orcid.org/0000-0002-4629-4417	Dr. Dániel Rohács, PhD Head of Research, Development & Simulation Dept. HungaroControl Hungarian Air Navigation Services daniel.rohacs@hungarocontrol.hu orcid.org/0000-0002-4629-4417



http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2017_3/2017-3-09-0429_Kling_Fanni_et_al.pdf