Horváth Fruzsina, Pokorádi László

VÁLTOZÓK ÉS DIMENZIÓIK

Jelen tanulmányunkban a hazánkban kevéssé ismert dimenzióanalízis módszerét és főbb szabályait mutatjuk be a műszaki hallgatók tanulmányai alatt megismert példákon keresztül. A szemléltetésre kerülő esetek elősegítik a hallgatók későbbi tanulmányait, a kidolgozott példák a mechatronikai mérnök BSc képzés Rendszertechnika tantárgyának e-learningben oktatott tananyagába.

Kulcsszavak: *műszaki képzés; fizika; hasonlóság; változók; dimenziók; mértékegység*

BEVEZETÉS

A dimenzióanalízis egy olyan módszert nyújt számunkra, mellyel komplex fizikai problémákat tudunk egyszerűbb formára hozni annak érdekében, hogy minél könnyebben juthassunk el egy fizikai kifejezés mennyiségi megoldásához. Bridgman így magyarázza: „*A dimenzióanalízis legfontosabb használati lehetősége az, hogy következtetni tudunk a változók dimenzióinak tanulmányozásával bármely fizikai rendszerben, bizonyos korlátok között bármelyik lehetséges kapcsolat formájára a változók között. Nagy általánosságban a módszer a matematikai egyszerűsítés egyik jó eszköze.*” [1]

A dimenzióanalízis középpontjában a hasonlóság feltételezése áll. Fizikai szempontból a hasonlóság két dolog vagy jelenség egyenértékűségére utal, amik valójában különbözőnek tekinthetők. Például, bizonyos körülményeket figyelembe véve közvetlen kapcsolat van a valós méretű, illetve egy arányosan kicsinyített repülőgépre ható erők aránya között. A kérdés csupán az, hogy melyek ezek a körülmények, és milyen kapcsolat húzódik az erők között? Matematikailag a hasonlóság a változók olyan átalakítását teszi lehetővé, amely a független változók csökkentéséhez vezet, ami pontosítja a problémát. Ekkor az a kérdés, hogy milyen transzformációk hozzák meg számunkra ezt az eredményt. A dimenzióanalízis mindkét kérdés megválaszolását egyszerre célozza meg. A fő haszna abból a képességből ered, hogy összevonható, vagy tömörebbé tehető a fizikai kapcsolat formája. A probléma, ami első látásra ijesztően bonyolultnak tűnhet, sokszor egy kis erőbefektetés után a dimenzióanalízis segítségével könnyen megoldható.

Az Új Nemzeti Kiválóság Program keretében folytatott közös munkánk célja olyan módszereket, eszközöket dolgozunk ki, vagy szemléltessünk melyek az egyetemi mérnök hallgatók tanulási készségeinek fejlesztését segítik. Jelen írásunkban ennek keretében mutatunk be szemléltető példákat a fizikai változók dimenziónális tulajdonságaival kapcsolatos ismeretekre.

Tanulmányunk az alábbi fejezetekből áll: A 2. fejezet a dimenzióanalízis tudománytörténeti fejlődését írja le röviden. A 3. fejezetben a fizikai változók dinemzióinak értelmezése ismerhető meg. A 4. fejezet a dimenzió aritmetikai szabályok egy újszerű szemléltető módszere ismerhető meg. Az 5. fejezet egy szemléltető példát mutat az úgynevezett dimenziós konstansok meghatározására és értelmezésére.

A DIMENZIÓANALÍZIS TÖRTÉNETE

Az első személy, aki alaposan írt a dimenziós okfejtésekről fizikai vonatkozásban, az nem más, mint Leonard Euler volt, 1765-ben. Euler gondolatai jóval megelőzték korát, ami Joseph Fourierről ugyancsak elmondható, aki az 1882-ben megjelent könyvében körvonalazta, amit ma dimenzionális homogenitásnak nevezünk. Néhány hasonlósági szabályt is kidolgozott a hőáramlás területén. További jelentős fejlődés nem mutatkozott Rayleigh 1877-ben megjelenő könyvéig. Ebben a könyvben Rayleigh bemutatja a „dimenziók egyik módszerét" és különböző példákat ad a dimenzióanalízishez. A végső áttörést, ami a módszert olyanná formálta, mint ahogy azt ma is ismerjük. Buckingham nevéhez köthetjük. Buckingham 1914-ben vázolta a közismert Buckingham π teóriát, a dimenziónélküli paraméterek leírására. Habár ma már azt is tudjuk, hogy egy francia férfi, nevezetten Aimé Vaschy 1892-ben, valamin egy orosz férfi, Dimitri Riabouchinsky 1911-ben függetlenül Buckinghamtől publikálták már saját módszereiket, melyek egyenértékűnek tekinthetők a π-teóriával. Buckingham publikációját követve Bridgman kiadta klasszikusnak számító könyvét 1922-ben, mely a dimenzióanalízis általános elméletét körvonalazza. Buckingham óta számtalan könyv látott napvilágot ebben a témában. A dimenzióanalízis nem csak a folyadékok mechanikájában vagy a műszaki tudományokban kapott helyet. Az alkalmazások közé ma már beletartozik az aerodinamika, a hidraulika, hajótervezés, hajtástervezés, hő- és tömegátadás, égés, a polimerek felépítésének mechanikája, fluidumok kölcsön-hatása, az elektromágnesesség elmélete, sugárzás, asztrofizika, mélytengeri és földalatti robbantások, nukleáris robbantások, kémiai reakciók, valamint a különböző megmunkálások előtti kalkulációk elvégzésére is előszeretettel használják.

Speciális könyvek is íródtak a dimenzióanalízis használatának bemutatása céljából különböző, igen változatos tudományterületeken, mint például: metrológia, asztrofizika, közgazdaságtan, társadalomtudomány, gyógyszerészet, sőt még a növénytermesztés témakörében is [5].

A dimenzióanalízis legtöbb alkalmazásához nem fűzhetünk kétséget, hiszen ezek kísérleti tények alapján jól alátámasztottak. A metódus körüli vita elméleti-fizikai alapú és valószínűleg sohasem fog teljes mértékben elcsitulni. A matematikusok hajlamosak a módszer alapvető vonásaiban a merev szabályok hiányát felfedezni, és újra-újra próbát tesznek a módszer tárgyának újbóli meghatározására. Ilyen eset volt például 1957-ben Brand próbálkozása. Eközben pedig a fizikusok és mérnökök sokszor bizonytalanodtak el azt illetően, hogy milyen fizikai jelentése van a dimenzióanalízis különböző meghatározásainak. A probléma az, hogy a dimenzióanalízis olyan gondolatok, ismeretek köré épül, melyek a tudomány olyan pontjára nyúlnak vissza, melyekkel a tudósok és mérnökök nincsenek kapcsolatban. Hogy megérthessük a módszer alapjait, muszáj visszatérnünk a természettudomány néhány alapvető téziséhez.

A dimenzióanalízis lényegében a természet leleményességében gyökerezik, amit a fizikai világ leírása, valamint működésének számokkal, matematikai kifejezésekkel történő leírás érdekében hoztunk létre. Einsteint írta könyvében, hogy: „*A tisztán logikus gondolkodás nem adhatja át nekünk az empirikus világ ismereteit, minden tudás és ismeret a tapasztalásnál kezdődik és ennél is ér véget. Azok a válaszok, melyek a rideg, logikus gondolkodásból származnak, totálisan távol állnak a valóságtól, abból szemernyit sem tartalmaznak.*" [3].

A VÁLTOZÓK DIMENZIÓI

De mégis, mi is a dimenzió?!

Egy jellemző más mennyiségekkel való kapcsolatának jellegét annak dimenziója fejezi ki [2]. A fizikai mennyiségek között meghatározott összefüggések vannak. Ezért, ha e fizikai mennyiségek közül egyeseket alapmennyiségeknek tekintünk, akkor az összes többi fizikai mennyiség dimenziója meghatározott módon kifejezhető az alapmennyiségek dimenziójával. Az alapmennyiségekre vonatkozókat elsődleges, a többire vonatkozót másodlagos vagy leszármaztatott dimenziónak nevezzük. Az alapegységek megválasztása után egyértelműen adódnak a leszármaztatott egységek dimenziói [4].

A dimenzió (általános jele dim *f*, vagy *[f]*) olyan kifejezés (szimbólum), amely megadja, hogy milyen kapcsolat van a fizikai mennyiség és az alapmennyiségek, illetve alapegységek között. Tehát a mennyiségnek a tartalmát fejezi ki, és független a számértéktől és a mértékegységtől; csak azt fejezi ki, hogyan határoztuk meg (definiáltuk) az alapmennyiséggel.

Például a sebesség dimenziója:

$$\dim \mathrm{v} = \frac{\dim l}{\dim \tau} = \frac{[l]}{[\tau]} LT^{-1} \tag{1}$$

vagyis az *l* távolság dimenziója osztva a *τ* idő dimenziójával.

A dimenzió és a mértékegység fogalmát sokan összekeverik, amikor gyakran a mértékegység helyett dimenziót mondanak. Ugyanazon fizikai mennyiségnek csak egyféle dimenziója, de többféle mértékegysége lehet. Például a sebesség dimenziója – mint azt az (1) kifejezésből is látszik – csak LT^{-1}, mértékegysége viszont több is lehet, például:

$$\frac{m}{s} = ms^{-1} \quad ; \quad \frac{km}{óra} \quad ; \quad csomó = \frac{\text{tengeri mérföld}}{óra} \quad . \tag{2}$$

Helytelen tehát azt mondani, hogy a sebesség dimenziója ms^{-1}!!

Az alapdimenziók valamely megválasztásával adott egy mértékegység-rendszer, vagyis a mértékegységek egyértelmű összessége. Ezután a fizikai változók egy-egy halmazához (az azonos nevű fizikai mennyiségekhez) tartozó bármely elem nagyságát megadhatjuk egy számmal, amely (általában) azt fejezi ki hányszorosa a mértékegységnek. Ezt a számot mérőszámnak nevezzük.

A DIMENZIÓK SZEMLÉLTETÉSE

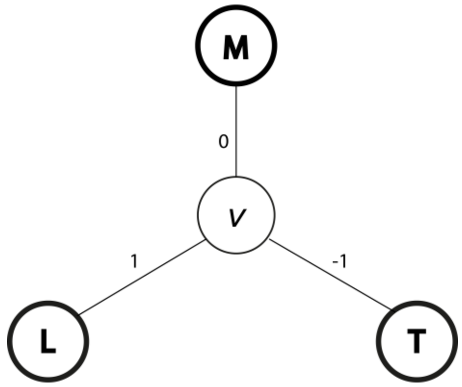
Ebben a fejezetben röviden a dimenziók aritmetikájával kapcsolatos legfontosabb tételek szemléltetésével foglalkozunk. Ezen tételek meglehetősen intuitívnak látszanak, bizonyításuktól eltekintünk. A választott demonstrációs példákat három (M – tömeg; L – hosszúság; T – idő) alapváltozó dimenzióját felhasználva, gráfszerűen szemléltetjük, ahol az adott élhez rendelt súly az adott alapdimenzió a hatványkitevőjét jelenti.

Hányadosok tétele

Bármely két változó dimenziójának hányadosa egyenlő a két változó hányadosának dimenziójával. Azaz, az f_1 és f_2 jelű változók esetén:

$$\frac{[f_1]}{[f_2]} = \left[\frac{f_1}{f_2}\right] \tag{3}$$

A hányadosok tételének bemutatására jó példa a sebesség, ami az elmozdulás és az idő hányadosa. A sebesség dimenzióját már a harmadik fejezetben levezettük és megmagyaráztuk az (1) egyenletben. A sebesség dimenziójának szemléltetését pedig az 1. ábrán láthatjuk, amiből azt olvashatjuk ki, hogy M^0LT^{-1} az a dimenzió, ami a sebességet jellemzi.



1. ábra A sebesség dimenziójának szemléltetése

Differenciálok tételei

Bármely két változó differenciáljaiból alkotott hányadosnak dimenziója a dimenziója egyenlő a két változó dimenziójának hányadosával, azaz:

$$\left[\frac{df_1}{df_2}\right] = \frac{[f_1]}{[f_2]} \tag{4}$$

A differenciálok tételét ugyancsak jól szemléltethetjük a sebesség példájával. Az egzakt fizikai definíció szerint a **v** sebesség az **r** hely τ idő szerinti első deriváltja. A sebesség dimenziója pedig ebből adódóan nem más, mint a hely, valamint az idő dimenziójának hányadosa, azaz

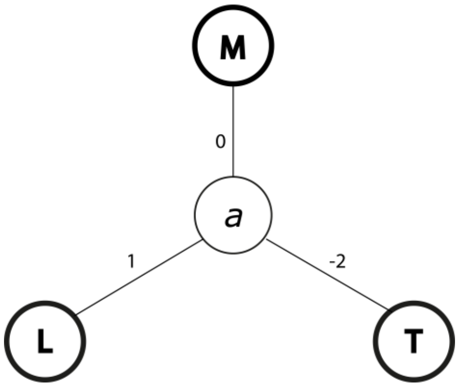
$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \quad ; \quad [\mathbf{v}] = \frac{[\mathbf{r}]}{[\tau]} = LT^{-1} \tag{5}$$

Az f_1 változó f_2 szerinti n-ed rendű deriváltjának dimenziója az f_1 és f_2^n változók dimenziójának hányadosával egyenlő:

$$\left[\frac{d^n f_1}{df_2^{\,n}}\right] = \frac{[f_1]}{[f_2^{\,n}]} \tag{6}$$

A (6) összefüggés pedig a gyorsulás példáján könnyen magyarázható, hiszen az **a** gyorsulás nem más, mint az **r** hely idő szerinti második deriváltja, aminek dimenzióját a (7) egyenlet mutatja, szemléltetéséhez pedig a 2. ábra nyújt segítséget. Az ábrából azt olvashatjuk ki, hogy az **a** gyorsulás dimenziója M^0LT^{-2}, amit úgy kaptunk meg, hogy az **r** hely dimenzióját elosztottuk a τ idő dimenziójának a négyzetével.

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{d\tau^2} \quad ; \quad [\mathbf{a}] = \frac{[\mathbf{r}]}{[\tau^2]} = LT^{-2} \tag{7}$$



2. ábra A gyorsulás dimenziójának szemléltetése

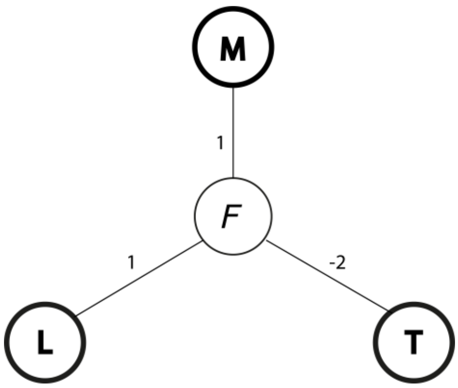
Szorzatok tétele

Bármely két változó dimenziójának szorzata egyenlő a két változó szorzatának dimenziójával. Azaz, f_1 és f_2 jelű változók esetén:

$$[f_1][f_2] = [f_1 f_2] \tag{8}$$

A szorzatok tételének szemléltetésére Newton II. törvényét használjuk fel, ami szerint az **F** erő az *m* tömeg és az **a** gyorsulás szorzatával határozó meg. Ebben az esetben a (9) formulát írhatjuk fel rá, hiszen az erő dimenzióját úgy kaphatjuk meg, ha a tömeg és a gyorsulás dimenzióját összeszorozzuk egymással, azaz az [M] és a [LT^{-2}] szorzatából. Az erő dimenzióját a 3. ábra mutatja be.

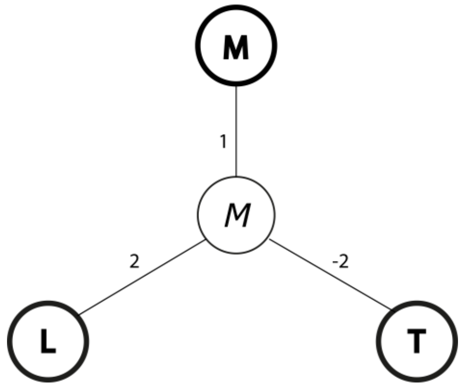
$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad ; \quad [\mathbf{F}] = [m][\mathbf{a}] = MLT^{-2} \ . \tag{9}$$



3. ábra Az erő dimenziójának szemléltetése

Az erő meghatározásán túl, a nyomaték definiálása is igazán jó például szolgál ennek a tételnek a magyarázatára, szemléltetésére, ezért tekintsük meg ezt is. Mivel ismerjük az erőt és annak dimenzióját így nagyon egyszerű dolgunk van, hiszen az **M** nyomaték nem más, mint az **F** erő és az **r** erőkar vektori szorzata, ahogy azt a (10) egyenlet mutatja és a 4. ábra szemlélteti.

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad ; \quad [\mathbf{M}] = [\mathbf{F}][\mathbf{r}] = ML^2T^{-2} \tag{10}$$



4. ábra A nyomaték dimenziójának szemléltetése

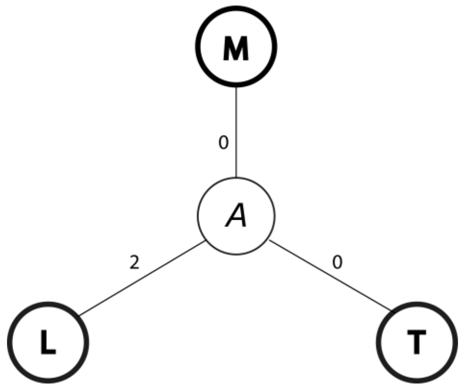
Hatványok tétele

Egy f változó valamely (n-edik) hatványának dimenziója egyenlő az adott változó dimenziójának hatványával, azaz:

$$[f^n] = [f]^n \tag{11}$$

Ennek a tételnek a bemutatására egy nagyon egyszerű példát választottunk, ez pedig egy téglalap *A* területének meghatározása. A téglalap területe nem más, mint az *x* hosszúság összeszorozva az *y* szélességgel. Ezt a gondolatmenetet követve könnyen megkaphatjuk a terület dimenzióját is, ha a hosszúság dimenzióját, vagyis az [L]-t megszorozzuk saját magával, vagy másként fogalmazva a második hatványra emeljük. A terület dimenzióját a (12) egyenlet adja meg, míg a szemléltetésére az 5. ábra hivatott.

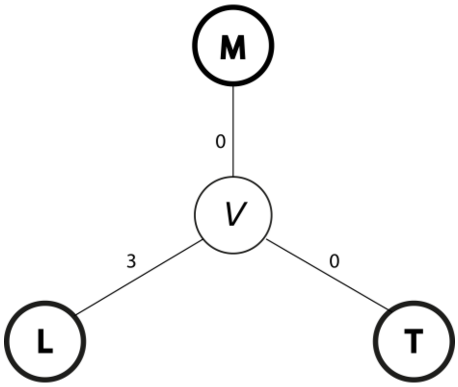
$$A = x \cdot y \quad ; \quad [A] = [L][L] = [L]^2 = L^2 \tag{12}$$



5. ábra A terület dimenziójának szemléltetése

Lényegében ugyanez a helyzet egy téglatest *V* térfogatával is, hiszen a térfogat az *x* hosszúság; *y* szélesség és *z* magasság hosszúságegységek szorzatát jelenti, csak ebben az esetben három tagból áll ez a szorzat. Dimenzionálisan felírva háromszor szorozzuk össze a hosszúság dimenzióját, azaz az [L]-t, így jutunk el a térfogat dimenziójához, az L^3-höz. A térfogat dimenzionális felírását a (13) egyenlet tartalmazza, a 6. ábra pedig ennek szemléltetését szolgálja.

$$V = x \cdot y \cdot z \quad ; \quad [V] = [L][L][L] = [L]^3 = L^3 \tag{13}$$



6. ábra A térfogat dimenziójának szemléltetése

Integráltétel

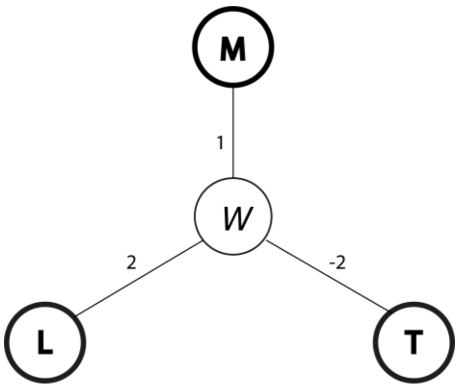
Egy integrál dimenziója az integrandus és a független változó dimenziójának szorzatával egyenlő, azaz:

$$\left[\int f(x)dx\right]=\left[f(x)\cdot dx\right]=\left[f(x)\right]\left[x\right] \tag{14}$$

A tételt a mechanikai munka példájával szemléltetjük. A mechanikai munka meghatározása az **F** erő és a *d***s** elemi elmozdulás skaláris szorzatának P_1 és P_2 pontok közt vett integrálja. Ahhoz, hogy meg tudjuk határozni a munka dimenzióját, az erő – lásd (9) egyenlet – és az elemi elmozdulás L dimenzióját kell egymással szoroznunk. A munka dimenzióját a

$$W=\int_{P_1}^{P_2}\mathbf{F}d\mathbf{s} \quad ; \quad \left[W\right]=\left[\mathbf{F}\right]\left[d\mathbf{s}\right]=\left[MLT^{-2}\right]\left[L\right]=ML^2T^{-2} \tag{15}$$

módon határozhatjuk meg, szemléltetését pedig a 7. ábrán láthatjuk.



7. ábra A munka dimenziójának szemléltetése

Fontos itt megjegyeznünk, hogy a dimenzió a jelenség belső lényegére nem jellemző, ugyanis különböző mennyiségnek azonos dimenziója lehet. Példaként láthatjuk a W munka – (15) egyenlet – és az **M** nyomaték – (10) egyenlet – dimenziója egyaránt L^2MT^{-2}, de fizikai jelentésük, jellegük nagyban eltérnek egymástól.

A DIMENZIÓS KONSTANSOK

Bármely fizikai összefüggést leíró egyenlet, illetve megoldása helyességének két alapvető kritériumát kell megfogalmaznunk. Ezek:

- mindkét oldala numerikusan egyenlő kell, hogy legyen;
- mindkét oldala dimenzionálisan homogén kell, hogy legyen.

Az egyenlet oldalainak egyenlősége magától értetődik. De sok esetben elfeledkezünk a dimenzionális homogenitás kérdéséről.

Minden analitikusan levezetett egyenlet bal és jobb oldala azonos dimenziójúnak, mértékegységűnek kell lennie. Minden szám, mely megjelenik az egyenletben, dimenziómentesnek (pontosabban 1 dimenziójúnak) kell lennie.

Egy kísérleti úton meghatározott vagy levezetett képlet esetén a szabály úgy módosul, hogy ekkor megengedettek a dimenziós konstansok. Ez az jelenti, hogy az egyenletben szereplő számhoz (beleértve magát az 1-t is) rendelhetünk valamilyen dimenziót. Ha valamelyik konstans rendelkezik dimenzióval, a képletben szereplő összes változó dimenzióját, mértékegységét meg kell határozni, különben az adott egyenlet fizikailag használhatatlan.

A fenti tétel értelmezéséhez példaképpen nézzük meg a newtoni folyadékok súrlódásának kérdését.

Newton megfigyelte, hogy az áramló (newtoni) közegben az áramlási sebességgel párhuzamos síkokban τ csúsztató feszültség keletkezik. Ez a csúsztató feszültség, a szilárd testeknél tapasztalható súrlódástól eltérően, nem függ az egymáshoz képest elcsúszó rétegek összeszorító erőtől, hanem csak a szomszédos rétegek közötti sebességkülönbségtől, azaz a Newton formula értelmében:

$$\tau \sim \frac{du}{dy} = \mu \frac{du}{dy} \quad , \tag{16}$$

ahol a jobboldali differenciálhányados a rétegek közti sebességet fejezi ki, a μ pedig (egyelőre) egy arányossági tag.

A csúsztatófeszültség dimenziója az erő MLT^{-2}, illetve a felület L^2 dimenziói alapján határozható meg:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad ; \quad [\tau] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = MT^{-2}L^{-1} \tag{17}$$

A (16) egyenlet jobb oldalán lévő differenciálhányados dimenziója a sebesség LT^{-1}, illetve a (rétegek közti) távolság L dimenziója alapján:

$$\left[\frac{du}{dy}\right] = \frac{[u]}{[y]} = \frac{LT^{-1}}{L} = T^{-1} \tag{18}$$

A (16) egyenlet – a fenti szabály értelmében – csak akkor lehet dimenzionálisan homogén, ha azt a μ arányossági tag olyan – C-vel jelölt – dimenziója biztosítja, azaz:

$$MT^{-2}L^{-1} = C \cdot T^{-1} \tag{19}$$

Ez csak akkor lehetséges, ha:

$$C = MT^{-1}L^{-1} \tag{20}$$

azaz:

$$[\mu] = MT^{-1}L^{-1} \tag{21}$$

A fentiek alapján a Newton formulában – (16) egyenletben – szereplő μ a közeg anyagára jellemző arányossági tényező, melyet az áramlástanban dinamikai viszkozitási tényezőnek nevezünk, dimenziója: $MT^{-1}L^{-1}$, mértékegységei:

- az SI-ben: $kg(ms)^{-1}$, de ekkor a sebességet ms^{-1}-ban kell megadnunk;
- az angol-szász mértékegység rendszerben: *lb(ft·s)-1* (pound per foot second), és a sebességet $ft{\cdot}s^{-1}$-ban (foot per second) kell megadnunk.

Hasonló, dimenzionális megfontolások alapján alakultak ki a különböző anyagjellemzők dimenziói, mértékegységei a műszaki tudományokban.

ÖSSZEFOGLALÁS

A mérnöki munka egyik fontos része a különböző fizikai jelenségek, műszaki folyamatok matematikai leírása. Jelen tanulmányunkban olyan példákon keresztül mutattuk be a fizikai jellemzők dimenziónak kérdéskörét, amelyek az egyetemi hallgatók számára már ismertek.
A dimenzióanalízis módszeréről hazánkban igen kevés szó esik, azonban az angolszász nyelvterületen nagy hangsúlyt kap, az egyetemi fizikaoktatás egyik alapkövének számít a téma. Véleményünk szerint a magyar oktatásban is megállná helyét, sőt kifejezetten hasznos lenne ezeknek az ismereteknek a tanítása.

FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] Horváth Fruzsina, Dimenzóanalízis a mérnöki feladatokban, TDK dolgozat, Óbudai Egyetem Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet, 2018. (konzulent: Pokorádi László)
[2] Pokorádi László: Rendszerek és folyamatok modellezése, Campus Kiadó, Debrecen, 2008.
[3] Sonin Ain: The physical basis of dimensional analysis, Department of Mechanical Engineering MIT, Cambridge 2001.
[4] Szirtes, Tamás: Dimenzióanalízis és alkalmazott modellelmélet, Typotex, Budapest, 2006.
[5] Szűcs, Ervin: Hasonlóság és modell, Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1972.

VARIABLES AND THEIR DIMENSIONS

In this paper, the method and the main rules of the dimensional analysis will be demonstrated that are not well-known in Hungary are presented through the examples learned during the studies of engineering students. The cases illustrated will facilitate students' subsequent studies, the elaborated examples in the course of System Engineering of the mechatronics engineer BSc education in e-learning.

Keywords: *technical education; physics; similarity; variables; dimensions; unit*

Horváth Fruzsina BSc. hallgató Óbudai Egyetem, Műszaki Biztonságtudományi Szakműhely – μβσ hrvt.fruzsina@gmail.com orcid.org/0000-0002-3072-9623	Fruzsina Horváth BSc. Student Óbuda University, Workshop of Technical Safety Sciences – μβσ hrvt.fruzsina@gmail.com orcid.org/0000-0002-3072-9623
Pokorádi László (CSc) egyetemi tanár Óbudai Egyetem, Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu orcid.org/0000-0003-2857-1887	László Pokorádi (CSc) Full professor Óbuda University, Institute of Mechatronics and Vehicle Engineering pokoradi.laszlo@bgk.uni-obuda.hu orcid.org/0000-0003-2857-1887

A dolgozat az Óbudai Egyetem Műszaki Biztonságtudományi Szakműhely – μβσ – keretében készült, az Új Nemzeti Kiválóság Program támogatásával.

http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2018_1/2018-1-17-0494_Horvath_Fruzsina-Pokoradi_Laszlo.pdf