REPESZLÖVEDÉKEK/HARCIRÉSZEK HATÉKONYSÁGA ÉS A REPESZTÖLTETEK FAJLAGOS ENERGIATARTALMAI KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSEK III.

A REPESZHATÁS. FIZIKAI-MATEMATIKAI LEÍRÁS ÉS ÉRTELMEZÉS

Dr. Molnár László

hadtudomány (haditechnika) kandidátusa

A jelen publikáció – amely a szerző (korábbi) REPESZLÖVEDÉKEK/HARCIRÉSZEK HATÉKONYSÁGA ÉS A REPESZTÖLTETEK FAJLAGOS ENERGIATARTALMAI KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSEK, 2. rész c. közleményének folytatása – a repeszhatásra vonatkozó kutatási eredményeket tartalmazza.

A fenti hivatkozású 1. és 2. rész c. közleményekben foglaltak alapján nyilvánvalóak az alábbiak.

- Mind a repeszhatás, mind a repeszhatékonyság szabatos (fizikai-matematikai) függvényeinek explicit leírása – potenciálisan – lehetséges. Továbbá:
- A fenti függvények – függvénykapcsolatban állnak, ahol a független változó, a repeszhatás (függvénye).

Az előzőekből következik, hogy első lépésként a repeszhatás függvényének kifejtése és értelmezése szükséges, ugyanis ennek felhasználásával a repeszhatékonysági függvény és ennek kapcsolata is meghatározható és értelmezhető. A szerző mindezeket a jelen publikációban részletezi.

1. REPESZHATÁS-FÜGGVÉNY DEFINÍCIÓ

A 2. rész 2. pontjában foglaltak alapján megállapítható, hogy **a repeszhatás jellemző és szabatos függvénye célszerűen** – **ugyanakkor** megalapozottan feltételezhetően **kizárólagosan is – *N*[1] lehet.** Ennek magyarázata az, hogy egyrészt az **1. rész 2. pont CÉLKITŰZÉS**-ében, valamint a **2. rész 2. pont A FIZIKAI MODELL** részében megfogalmazottaknak kizárólag az ***N***-függvények[2] felel meg – illetőleg, más megközelítés szerint, a hivatkozottakban leírtaknak az ***N***-függvények biztosan megfelelnek.

2. AZ N-FÜGGVÉNYEK KIFEJTÉSE

A kifejtés a céltáblák – 2. rész 2.2. és 2.4.2. pontok szerinti – **helyzeti és roncsolódási jellemzőinek, valamint a roncsolódások fizikai folyamatát szabatosan leíró összefüggések ismeretében valósítható meg**, a következők szerint.

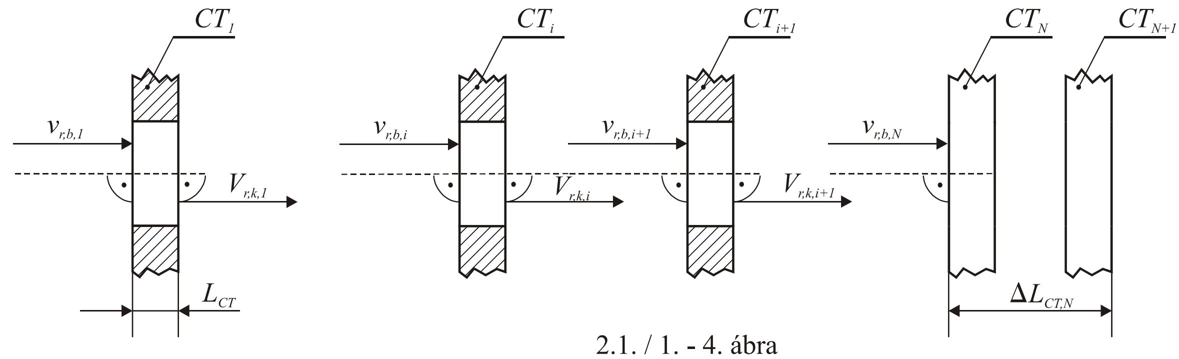
2.1. A céltáblák helyzeti és roncsolódási jellemzői

Legyen valamely terepen elhelyezve N+1 db **2. rész** 2.2. pont szerinti valamely ugyanazon anyagi minőségű L_{CT} vastagságú céltábla egymással párhuzamosan és egymástól $\Delta L_{CT,1}$ **…** $\Delta L_{CT,N}$ távolságra. Legyen továbbá $[v_{r,b}]$ valamely azon repesz becsapódási sebessége az 1. céltábla felületén, amely azon áthaladva összesen ***N*** db céltáblát roncsol – a **2. rész** 2.4.2. pontjában foglaltaknak megfelelően – és amelynek sebességvektora merőleges az ***N*** db céltábla becsapódási felületeire. (Lásd: 2.1./1. ábra.)

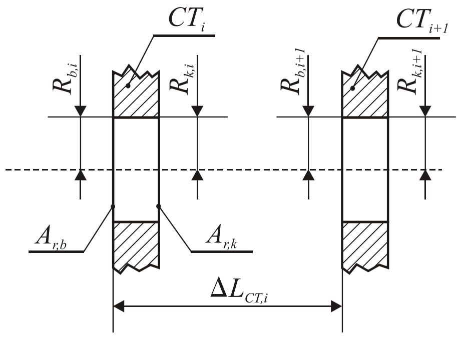
---

[1] 1.) **N**: a repesz hatásmutatója. Lásd: **2. rész** 2.4.2.1. pont.
2.) Az **1.** és **2. rész** jelölései a jelen publikációban változatlanul érvényesek. Forráshelyük megjelölésére lábjegyzetben kerül sor (magyarázatok szükségessége esetén).

[2] A többesszám használata azért indokolt, mert a céltáblák anyagi minőségétől függően az *N*-függvények tartalma eltérő. Lásd: **2. rész, 25. lábjegyzet.**



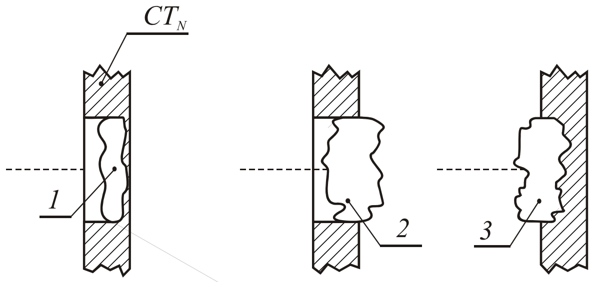
2.1. / 1. - 4. ábra



2.1. / 1. - 3. ábra

2.1. / 1. - 3., 4. ábrák

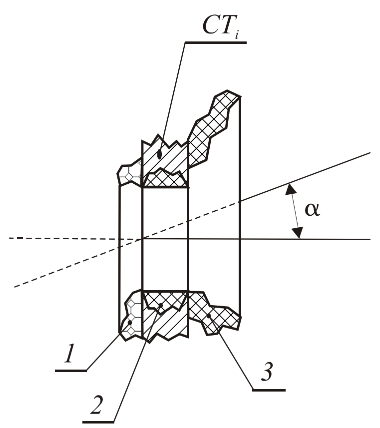
A céltáblák helyzeti és a repeszek haladási jellemzői



1- 3: A repeszek helyzetei

2.1. / 1. - 2. ábra

N. **céltábla roncsolódásai**



α : Repesz eltérülés szöge

3: Kitörés

2: Fellazított cél-anyag

1: Kidomborodás (kifolyás)

2.1. / 1. - 1. ábra

A valóságos repeszhatás jellemzői

2.1. / 1. ábra

A céltáblák helyzei és roncsolódási jellemzői
(Részletezések a szövegben)

A fentiek a következőket jelentik.

- **Bármely *i*., valamint az *N*. céltábla esetén:**

$$\lfloor v_{r,b} \rfloor_i > \lfloor v_{r,k} \rfloor_i \qquad (2.1.\text{-}1.)$$

$$\lfloor v_{r,k} \rfloor_i \approx \lfloor v_{r,b} \rfloor_{i+1} \qquad (2.1.\text{-}2.)$$

és a továbbiakban,

$$\lfloor v_{r,k} \rfloor_i = \lfloor v_{r,b} \rfloor_{i+1} \qquad [\text{Itt}^3] \qquad (2.1.\text{-}2.\text{-}1.)$$

és

$$\lfloor v_{r,k} \rfloor_N = 0 \qquad [\text{Itt}^4] \qquad (2.1.\text{-}3.)$$

Ahol,

$\lfloor v_{r,k} \rfloor_i$: az *i*. céltáblából kilépő repesz sebessége

és

$$\lfloor A_{r,b} \rfloor_i = \lfloor A_{r,k} \rfloor_i \qquad (2.1.\text{-}4.)$$

$$\lfloor A_{r,k} \rfloor_i = \lfloor A_{r,b} \rfloor_{i+1} \qquad (2.1.\text{-}5.)$$

$$0 \le \lfloor A_{r.k} \rfloor_N \le \lfloor A_{r,b} \rfloor_N \qquad (2.1.\text{-}6.)$$

Ahol,

$\lfloor A_{r,b,k} \rfloor_i$: az 1. céltábla repeszcsatornájának be-, illetve kimenő keresztmetszete.

A fentiekből következők, hogy $\Delta L_{CT,\,i}$ **számértéke nem lehet tetszőleges. Maximális mérete olyan lehet, amelynél a 2.1.-2. összefüggés szerinti feltétel teljesül[3,4]. Minimális mérete, a céltábla vastagságának néhányszorosa lehet.[5]**

---

[3] A feltétel teljesül, mivel a gyakorlatban előforduló max. 10 m nagyságrendű $\Delta L_{CT,i}$ távolságoknál a repeszsebesség (gyakorlatilag) állandó.

[4] Lásd: 2.1./1. ábra.

[5] Kísérleti adatok szerint:

- Fa anyagú céltábláknál; max. 3 vastagsági méret,
- Fém anyagú céltábláknál; max. 10 vastagsági méret. [1.]

- **A bemutatott jellemzők mérőszámai külön-külön és összességükben is megfelelnek a 2. rész** 2.4.2.1. és 2.4.2.2. pontok szerinti **szélsőérték feltételeknek.**

2.2. A céltáblák roncsolódási folyamatára vonatkoztatható összefüggések

A roncsolódás folyamatának leírása – legáltalánosabb értelemben – valamely elemi mechanikai és/vagy hidro- és gázdinamikai függvénnyel (megmaradási tételekre, továbbá erő-, impulzus-, nyomaték- stb. hatásokra, valamint folyadék-, és gázáramlásokra vonatkozó) lehetséges [2.].

A gyakorlatban az első és/vagy a másodfokú függvényeket alkalmazzák [2.], a magasabb hatványkitevőjűek – ezek nehézkes alkalmazási technikái miatt – nem használatosak[6]. **A hatványkitevő megválasztása függvénye annak, hogy a folyamat mely jellemzőjének ismerete hangsúlyozott.** Amennyiben a céltábla nyírási jellemzői meghatározóak a roncsolódási folyamat során – általában – elsőfokú összefüggések felhasználására kerül sor [4.]. Amennyiben a céltábla zúzási, aprítási vagy reológiai jellemzői dominánsak a fenti folyamatnál- általában – másodfokú függvényeket alkalmaznak [5.].

A fenti **függvények közül,** a pontossági igényeknek **leginkább megfelelnek a mechanika lineáris és a hidromechanika másodfokú alapösszefüggései.** Tény ugyanis, hogy ezeket az I. és részben a II. Világháború harctevékenységei során ismertté vált repeszhatások tudományos elemzései során alkalmazták [6.].

A következőkben a fenti alapösszefüggések bázisán és a jelen, valamint **az** elsőző publikációkban **ismertetett feltételek és szempontok felhasználásával kerül sor az *N*-függvény meghatározására.**

[6] *n*-ed fokú összefüggések is használhatók, amennyiben ennek hatványsora előállítható és ez approximálható másodfok szerint.

2.3. A számítások menete és eredménye

2.3.1. Mechanikai (közelítő) modell alapján

A roncsolási folyamat mechanikai modellezése szerint mind a repeszek, mind a céltáblák anyaga fizikai merev test, ennek megfelelően a valamely *i*. céltábla repeszcsatornája (lásd: 2.1./1.1. ábra) úgy képződik, hogy a becsapódó repesz a céltábla A_r keresztmetszetű L hosszúságú anyagát (a dugót) a táblából kitolja. Az anyag kitolásához nyíró-, és (a szerző kutatásai szerint [1.]) a becsapódási felületet (be)törő, továbbá a kilépő felületet (ki)törő erők együttes hatása szükséges.

A fentiekhez a következő kiegészítések szükségesek.

- **Először a vázolt modellezés**, amelynél (kizárólag) fizikai merev testek kölcsönhatása valósul meg – **a roncsolási folyamat egyik szélsőértékek szerinti változatának felel meg.** Ez azt jelenti, hogy **a szélsőértékek legpontosabban a páncélvédelemmel ellátott objektumok repeszroncsolódásaira vonatkoztathatók közepes repeszsebességeknél[7] (max. 1000 m/s) és a legkevésbé alkalmazhatók az élőerő-sérülések leírására.[8]**
- **Másodszor a repeszmozgás során a 2.1./1.-2. ábra szerinti roncsolódások is bekövetkeznek**, amely esetekre a leírtak csak közelítéssel igazak. Tény ugyanakkor, hogy a számítási hiba kicsiny – egyetlen céltábla esetén, max. $0{,}5 \div 1\%$ - és N_M növelésével a *0*-hoz közelít. (Az *M*-index a mechanikus modellt jelöli.)
- **Harmadszor a felületeke be-, és kitörő erők azonosak.** Ennek magyarázata az, hogy a deformált új felületek geometriái szimmetrikusak, ennek megfelelően ezek létrehozásához szükséges

[7] **Pontosan azon sebességeknél, amelyeknél az ütközés során sem a repesz, sem a céltábla anyaga nem viselkedik folyadékként.** Ez a kitétel a cél anyagoknál, a fenti sebességeknél teljesül.

[8] **Az élőerő-test a repeszkölcsönhatási folyamatoknál** (reológiai szempontból) **viszkózus folyadékként viselkedik.** [6.]

energiák is (jelen esetben a méretazonosságok következményeként) az erők is azonosak.

Összegezve a repeszcsatorna – jelen modell szerinti – képződésénél meghatározó a céltábla anyagára jellemző nyíró-, és felületi törő-erők együttese.

A további számításokhoz szükséges és – a fentieknek megfelelő(en) – elégséges mennyiségű és tartalmú alapösszefüggés az alábbi.

1.) A repeszcsatorna, - sugár és – terület függvényei a repeszjellemzők szerint[9]

1.1.) A repeszcsatorna-sugár függvénye

$$R_{r,b} = \left(K_{Rb}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\pi^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{m_r}{\rho_r}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (2.3.1.\text{-}1.)$$

ahol,

K_{Rb}	:	kiszámítható (állandó) függvényérték
m_r	:	a repesz tömege
ρ_r	:	a repesz sűrűsége

1.2.) A repeszcsatorna-terület függvénye

$$A_{r,b} = K_{Rb}\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}\pi^{\frac{1}{3}}\left(\frac{m_r}{\rho_r}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad (2.3.1.\text{-}2.)$$

2.) Repeszsebesség-függvények a repeszcsatorna képződés munkaegyenlete szerint[10]

A munkaegyenlet,

$$\alpha_{rcs,N_M} = F_{ny}L_{CT}N_M + (2N-1)\alpha_{Ar} \qquad (2.3.1.\text{-}3.)$$

ahol,

α_{rcs,N_M} : N_M db repeszcsatorna képződéséhez szükséges munka

[9] A függvények kifejtését lásd az 1. melléklet 1. pontjában.
[10] A függvények kifejtését lásd az 1. melléklet 2. pontjában.

α_{Ar} : az A_r felület be-(vagy ki-)töréséhez szükséges munka

F_{ny} : nyíróerő a $2R_{rb}\pi L_{CT}$ felületen

A hivatkozott részletes kifejtés alapján **a keresett függvények a következők.**

2.1.) A repeszsebesség függvénye, $N_M>1$ esetén

$$v_{r,b,N_M} = \left[N^2 K_1 + (2N_M - 1)K_2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.3.1.\text{-}4.)$$

ahol,

K_1, K_2 : számítással meghatározható függvényértékek[11]

2.2.) A repeszsebesség függvénye, $N_M=1$ esetén

$$v_{r,b} = \left[K_1 + K_2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.3.1.\text{-}5.)$$

3.) Az N_M függvény

A (2.3.1.-4.) és a (2.3.1.-5.) függvények alapján írható a következő egyenlet:

$$\frac{v^2_{r,b,N_M}}{v^2_{r,b}} = \frac{N_M^2 K_1 + (2N_M - 1)K_2}{K_1 + K_2} \qquad (2.3.1.\text{-}6.)$$

Az egyenlet megoldásaként[12] **az N_M-függvényre kapjuk,**

$$N_M = \left(K_{31} v^{-1}_{r,b,N_M} - K_4\right) + K_{51} v_{r,b,N_M} \qquad (2.3.1.\text{-}7.)$$

ahol,

K_4, K_{31}, K_{51} : számítással meghatározható függvényértékek. (Ezek kifejezését illetően lásd: – sorrendben – az M-3.-2.2., az M-3.-3.1. és az M-3.-3.2. összefüggéseket.)

[11] Lásd az (M-2.1.-1.-1.) és az (M-2.1.-1.-2.) összefüggéseket.

[12] A számításokat az 1. melléklet 3. pontja tartalmazza.

3.1.) Az N_M-függvény diszkussziója

Először valamennyi K-, függvény és –függvényérték szabatosan értelmezhető és ezek mindegyike egyértelműen meghatározható.

A $v_{r,b}$ függvény a repeszekre, a K_{ny} függvény a céltáblákra vonatkozik. A $K_1 - K_4$, valamint a K_{31}és a K_{51} - és ezek részeként (a 2.1. melléklet hivatkozott pontja) szerinti K_3, K_4-függvények, a repeszek-céltáblák együtteseire vonatkoznak.

A függvényértékek a repeszek és a céltáblák, valamint a céltábla roncsolódások mérhető adataiból (geometriai méretek, tömeg-, és sűrűség-adatok, szilárdsági jellemzők mérőszámai) **kiszámíthatók.**[13]

Másodszor a K_{31} és a K_4 függvények gyakorlatban előfordulható függvényértékeinél a (2.3.1.-7.) függvény első tagjára igaz, hogy

$$K_{31} v_{r,b,N_M}^{-1} - K_4 < 0 \qquad (2.3.1.\text{-}8.)$$

Ez azt jelenti, hogy N_M **függvényértékeinek növekedése valamely negatív értéktől kezdődően lineáris minden v_{r,b,N_M} -re.**

2.3.2. Hidrodinamikai (közelítő) modell alapján

A számítás logikai menete a 2.3.1. pont szerinti. Ennek megfelelően **a roncsolási folyamat hidrodinamikai modellezésénél a repeszek anyaga fizikai merev test, a céltáblák anyaga viszkózus folyadék, a repesz hatásmutatója N_H (A H-index a hidrodinamikai modellt jelöli.).**

A 2.1./1.-1. ábra szerinti repeszcsatorna úgy képződik, hogy az *Ar,b* keresztmetszettel becsapódó N_H hatásmutatójú repesz a *ΔL(CT)* hosszúságú szakaszon teljesen lefékeződik és a céltáblák anyagát részben összepréseli (és elmozdítja) a haladási irányra merőleges irányokba, részben kipréseli a

[13] Vagyis a K-függvények valamennyi tagjának és tényezőjének definiáltsága – szabatos.

becsapódási nyíláson keresztül a $v_{r,b}$ vektor irányával ellentétes valamely $v_{k(x,y,z)}$ irányokba, ahol

$$\Delta L(CT) = N_H L_{CT} + \sum_{1}^{N-1}\left(\Delta L_{CT,i} - L_{CT}\right) \qquad (2.3.2.\text{-}1.)$$

Mivel a fékeződés (gyakorlatilag) a céltáblák anyagában következik be, a tényleges fékezési úthosszúság a következő

$$\Delta L_{fék} \approx N_H L_{CT} \qquad [\mathrm{Itt}^{14}] \qquad (2.3.2.\text{-}2.)$$

és

$$\underline{v}_{k(x,y,z)} = \underline{v}_x \leq 0 + \underline{v}_y \geq 0 + \underline{v}_z \geq 0 \qquad (2.3.2.\text{-}3.)$$

ahol

$\underline{v}_{(x,y,z)}$: a $\underline{v}_{k(x,y,z)}$ koordináta-tengelyek irányú komponensei

A roncsolási folyamat során meghatározó a becsapódási és a kilépési felületeket
be-, illetve kitörő erők és a repeszmozgást fékező hidrodinamikai ellenállási erők együttes hatása.

A fentiekre vonatkozó kiegészítések a következők.

A jelen modellezés a roncsolási folyamat szintén egyik – de a 2.3.1. pontban foglaltaktól eltérő – **szélsőértékek szerinti változata. A szélsőértékek legpontosabban a hiperszonikus sebességű repeszek (és lövedékek) által okozható páncél-céltárgy roncsolódásokra vonatkoznak és legkevésbé alkalmasak a páncélvédelemmel ellátott objektumok roncsolódásainak jellemzésére – közepes repeszsebességeknél.**[15]

A 2.3.1. pontban foglaltakhoz hasonlóan, a továbbiakban szükséges és elégséges alapösszefüggés az alábbi.

---

[14] Ezért a továbbiakban

$$\Delta L_{CT} \equiv N L_{CT} \qquad (2.3.2.\text{-}2.\text{-}1.)$$

[15] Az egyéb kiegészítések a 2.3.1. pont szerintiek.

1.) Repeszsebesség-függvények a repeszcsatorna képződés erőegyenletei szerint[16]

Az erőegyenletek a következők:

Egyrészt,

$$F_{r,CT,N_H} = -\left[(2N-1)F_{CT} + F_{r,he,CT}\right] \qquad (2.3.2.\text{-}4.)$$

ahol,

F_{r,Ct,N_H} : a repeszre ható fékezőerő N_H db céltáblában

F_{Ct} : az A_r felület be-(vagy ki-)töréséhez szükséges erő[17]

$F_{r,he,Ct}$: a repeszre ható hidrodinamikai erő (ellenállás) a céltáblában.

Másrészt,

$$F_{r,CT,N_H} = m_r a_{r,CT,N_H} \qquad (2.3.2.\text{-}5.)$$

ahol,

a_{r,CT,N_H} : a repesz lassulása az N_H db céltáblában.

A hivatkozott részletes kifejtés alapján **a keresett függvények a következők.**

1.1.) <u>A repeszsebesség függvénye, $N_H>1$ esetén</u>

$$v_{r,b,N} = \left[\frac{2N_H - 1}{K(2)}\right]^{\frac{1}{2}} \left[e^{\frac{N_H}{K(1)}L_{CT}} - 1\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.3.2.\text{-}6.)$$

ahol,

$K(1), K(2)$: számítással meghatározható függvényértékek[18]

---

[16] A függvények kifejtését lásd az 1. melléklet 4. pontjában.
[17] Lásd a 2.3.1. pontban foglaltakat.
[18] Lásd az (M-4.1.-15.) és az (M-4.1.-16.) összefüggéseket.

1.2.) A repeszsebesség függvénye, N_H=*1* esetén

$$v_{r,b} = \left[\frac{1}{K(2)}\right]^{\frac{1}{2}} \left[e^{\frac{1}{K(1)}L_{CT}} - 1\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.3.2.\text{-}7.)$$

2.) Az N_H-függvény

A (2.3.2.-6.) és a (2.3.2.-7.) függvények alapján írható – a 2.3.2./3.) pont analógiájára – a következő egyenlet:

$$\frac{v^2_{r,b,N}}{v^2_{r,b}} = (2N_H - 1)\left[\frac{e^{\frac{N_H}{K(1)}L_{CT}} - 1}{e^{\frac{1}{K(1)}L_{CT}} - 1}\right] \qquad (2.3.2.\text{-}8.)$$

Az egyenlet megoldása N_H-ra[19] (a modell szerinti általánosítással és a szélsőértékeknek megfelelően) **a következő,**

$$N_H = K(31) + K(41)\left(\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}}\right)^n \qquad (2.3.2.\text{-}9.)$$

ahol,

K(31), K(32)	:	az (M-5.2.-2.) összefüggés szerinti állandók
n	:	állandó[20]

2.1.) Az N_H-függvény diszkussziója

Először, valamennyi *K*, - állandó – függvény és függvényérték (a 2.3.1. pontban foglaltakhoz hasonlóan) szabatosan értelmezhető és mindegyikük egyértelműen meghatározható.

A *K* – állandó, - függvények – függvényértékek) részben a repeszekre, részben a céltáblákra és részben a repeszek-céltáblák együtteseire vonatkoznak.[21] Az állandók és a függvényértékek mérőszámainak kiszámítását,

[19] 1.) A számításokat az 1. melléklet 5. pontja tartalmazza.
2.) Lásd az (M-5.1.-3.) és az (M-5.2.-10.) összefüggéseket.
[20] Lásd az (M-5.3.-2.-1.) összefüggést.
[21] Lásd a hivatkozások első helyeit.

valamint a függvények meghatározását illetően, a 2.3.1./4.) pontban foglaltak érvényesek.

3. A REPESZHATÁS *N*-FÜGGVÉNYE

A függvény kifejtése az N_M- és az N_H-függvények általánosításával lehetséges, az 1. melléklet 5. pontjában hivatkozott függvényanalízis szabályai szerint. **Mindezek eredményeként a keresett *N*-függvény a következő,**

$$N = K_N(1) + K_N(2)\left(\frac{v_{r,b,N}}{v_{r,b}}\right)^m \qquad (3.\text{-}1.)$$

ahol,

$K_N(1), K_N(2), m$: kísérleti (mérési) adatok alapján számítással meghatározható állandók. És

$$1 \leq m \leq 2 \qquad (3.\text{-}1.\text{-}1.)$$

Továbbá, az m-állandó értelmezése (katonai-műszaki szempontok szerint) a következő.

Először, az m=1 szélsőérték, valamely páncélok, vagy az ezekhez hasonló szilárdsági jellemzőjű anyagi-technikai eszközök repeszsérüléseire vonatkozik, szub- és szuperszonikus repeszsebességeknél.

Másodszor, az m=2 szélsőérték az élőerő repeszsérüléseket jellemzi (korlátozás nélküli repeszsebességeknél), továbbá a fenti függvény ezen értékével (is) leírható szabatosan, a kinetikus fegyverek hiperszonikus sebességű lövedékeinek valamely célban kifejtett hatása.

Megállapítható **továbbá,** hogy **a fenti függvény érvényessége igazolható** (a bemutatott számításokon kívül), **egyrészt kísérleti robbantási vizsgálatokkal, másrészt a háborús repesz-sérülések dokumentált és rendelkezésre állható adatainak felhasználásával.**

4. ÖSSZEGZÉS, KÖVETKEZTETÉSEK

Megállapítást nyert, hogy a jelen közlemény 1. és 2. Rész-eiben publikált fizikai modell és matematikai módszer-együttes alkalmazásával kidolgozható a repeszhatás és a repesz-céltárgy jellemzői közötti függvénykapcsolat, vagyis az 1. Rész 2. CÉLKITŰZÉS pontjában foglaltak ide vonatkozó része – a repeszhatás egzakt analitikus leírása – teljesíthető.

A jelen publikációban **bemutatásra került a** (fentieknek megfelelően) **kidolgozott egzakt, explicit repeszhatás függvény és megállapítást nyertek a következők.**

- **A függvény közvetlenül felhasználható a repeszhatékonyság kutatási tevékenységéhez – a hivatkozott CÉLKITŰZÉS-ben foglaltak szerint.**
- **A függvény-érvényesség többoldalú ellenőrzésének és bizonyításának elméleti akadálya nincs.**

1. melléklet

SZÁMÍTÁSOK

1. A REPESZCSATORNA, -SUGÁR ÉS -TERÜLET FÜGGÉVNYEI A REPESZJELLEMZŐK SZERINT

Valamely repesz általános formája, méretei az M-1./1. ábra szerintiek, vagyis a három irányú méret-paraméterek különbözőek és a felületi érdesség, felületelemenként változó.

Jelölje $A_{r,g}$ **a repesz geometriai keresztmetszetét és legyen ez definíciószerűen annak a gömbnek a (maximális) keresztmetszete, amelynek** m_r **tömege megegyezik a** ρ_r **sűrűségű repesz tömegével.**

Ebben az esetben,

$$Ar, g = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{1}{3}} \left(\frac{m_r}{\rho_r}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad \text{(M-1.-1.)}$$

vagyis, **a mérhető** m_r **és** ρ_r **ismeretében** $A_{r,g}$ **kiszámítható.**

A repesz geometriai és tömeg-jellemzőiből származtatható tehetetlenségi nyomatékok arányai alapján, **a céltáblába csapódó repesz által szakított nyílás keresztmetszete – legnagyobb valószínűséggel – a repesz maximálisan lehetséges keresztmetszetével** – $A_{r,max}$ – (lásd: M-1./1. ábra) **lesz arányos.**[1]

Vagyis,

$$A_{r,b} = K_{A_{r,b}} A_{r,\max}. \qquad \text{(M-1.-2.)}$$

ahol,

$K_{A_{r,b}}$: kísérleti vizsgálatokkal meghatározható állandó

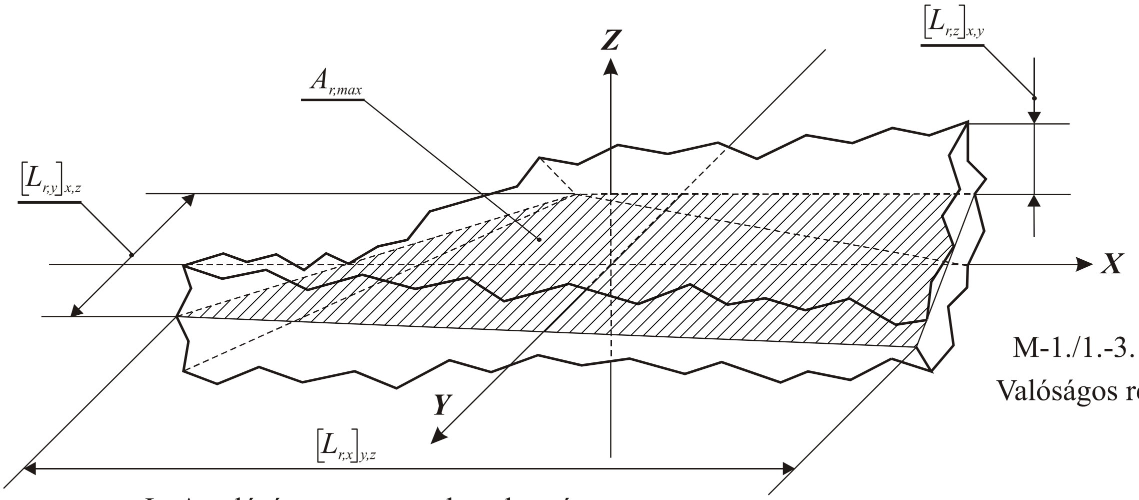
és

[1] **A jelenség magyarázata az, hogy** a becsapódás során **a repesz megakad** (a céltábla anyagában) azon pont környezetében, amelynél a céltábla felületét először éri el, **majd befordul a vázolt helyzet szerint.**

$$A_{r,\max.} = K_{A_{r,\max.}} A_{r,g} \qquad \text{(M-1.-2.-1.)}$$

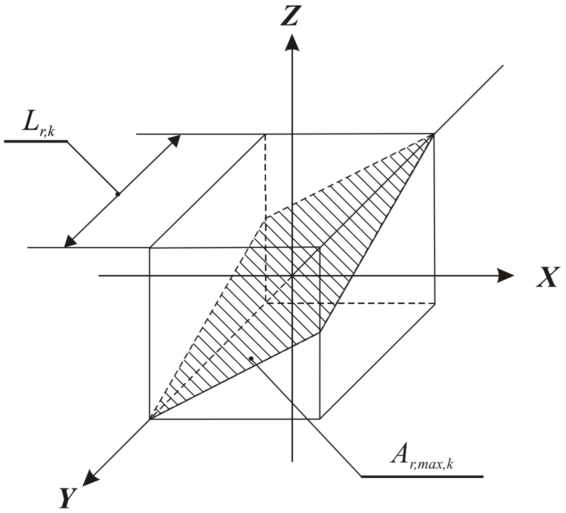
Ahol,

$K_{A_{r,\max.}}$: a repesz geometriai jellemzőinek ismeretében kiszámítható állandó.

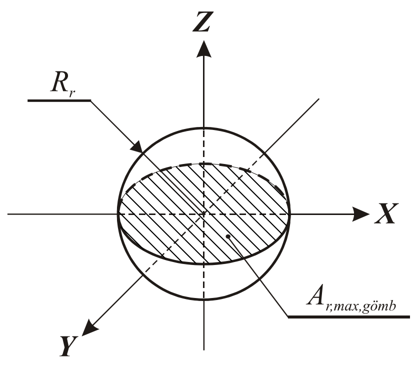


M-1./1.-3. ábra
Valóságos repesz

L_r: A valóságos repesz valamely mérete



M-1./1. - 2. ábra
Idealizált -kocka alakú- repesz
$L_{r,k}$: Kocka-él hosszúság



M-1./1. - 1. ábra
Idealizált -gömb alakú- repesz

R_r: Gömb-sugár

M-1./1. ábra
Repeszek geometriai és méretjellemzői
(Részletezések a szövegben)

És

$$A_{r,b} = R_{r,b}^2 \pi \qquad \text{(M-1.-3.)}$$

ahol,

$R_{r,b}$: a repeszcsatorna sugara (lásd: M-1/1. ábra).

A fenti összefüggésekből a keresett függvények meghatározhatók. Vagyis:

1.1. A repeszcsatorna-sugár függvénye

$$R_{r,b} = \left(K_{R_b}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \pi^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{m_r}{\rho_r}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(M-1.1.-1.)}$$

ahol,

K_{R_b} : kiszámítható függvényérték, amely

$$K_{R_b} = K_{A_{r,b}} K_{A_{r,\max.}} \qquad \text{(M-1.1.-1.-1.)}$$

1.2. A repeszcsatorna-terület függvénye

$$A_{r,b} = K_{R_b} K_{A_{r,b}} \left(\frac{m_r}{\rho_r}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad \text{(M-1.2.-1.)}$$

ahol,

$K_{A_{r,b}}$: állandó, és

$$K_{A_{r,b}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(M-1.2.-1.-1.)}$$

2. REPESZSEBESSÉG-FÜGGVÉNYEK A MECHANIKAI MODELL (2.3.1.-3.) MUNKAEGYENLETE SZERINT

Nyilvánvaló, hogy az N_M db repeszcsatorna képződéséhez szükséges munkára a következő összefüggés (is) igaz,

$\alpha_{rcs,N} = N_M \alpha_{rcs} \equiv E_{r,N_M}$ (M-2.-1.)

α_{rcs} : 1 db repeszcsatorna képződéséhez szükséges munka

E_{r,N_M} : a céltáblába v_{r,b,N_M} sebességgel csapódó N_M hatásmutatójú repesz energiája (a becsapódási felületen), amely

$$E_{r,N_M} = \frac{1}{2} m_r v_{r,b,N_M}^2 \qquad \text{(M-2.-1.-1.)}$$

Továbbá, a repeszbehatolás során 1 db L_{CT} vastagságú céltáblában ébredő F_{ny} nyíróerő a repeszcsatorna $2R_{r,b}\pi L_{CT}$ felületén,

$F_{ny} = \sigma_{ny,d} 2R_{r,b}\pi L_{CT}$ (M-2.-2.)

ahol,

$\sigma_{ny,d}$: a céltábla anyagának dinamikus nyírófeszültsége, amely

$\sigma_{ny,d} \approx K_{ny}\sigma_{ny,st}$ [Itt[2]] (M-2.-2.-1.)

ahol,

K_{ny} : kísérleti vizsgálatokkal meghatározható állandó

$\sigma_{ny,st}$: a céltábla anyagának statikus nyírófeszültsége

A jelen pont szerinti összefüggések, valamint az M-1.1.-1. és M-1.2.-1. függvények felhasználásával, a 2.3.1.-3. egyenletből a keresett függvények – hosszadalmas (itt nem részletezett) számításokkal előállíthatók. Vagyis

---

[2] 1.) Szilárd halmazállapotú anyagoknál, széles dinamikus igénybevételi (itt: sebesség-)tartományban, a lineáris közelítés igaz. [M1; M2.]
2.) Ezért a továbbiakban

$\sigma_{ny,d} = K_{ny}\sigma_{ny,st}$ (M-2.-2.-2.)

2.1. A repeszsebesség függvénye, $N_M>1$ esetén

$$v_{r,b,N} = \left[N_M^2 K_1 + (2N_M - 1)K_2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{M-2.1.-1.}$$

ahol,

K_1, K_2 : számítással meghatározható függvényértékek, amelyek

$$K_1 = (4\pi)^{\frac{2}{3}} 3^{\frac{1}{3}} K_{ny} \sigma_{ny,st} K_{Rb}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sigma_r^{\frac{1}{3}}} \frac{1}{m_r^{\frac{2}{3}}} \alpha_{rcs} \tag{M-2.1.-1.-1.}$$

és

$$K_2 = \frac{2}{m_r} L_{Ar} \qquad \text{[Itt}^3\text{]} \tag{M-2.1.-1.-2.}$$

2.2. A repeszsebesség függvénye, $N_M=1$ esetén

A (2.3.1.-3.) függvény analógja a következő,

$$\alpha_{rcs} = F_{ny} L_{CT} + L_{Ar} \tag{M-2.2.-1.}$$

és

$$\alpha_{rcs} \equiv E_r \tag{M-2.2.-2.}$$

ahol,

E_r : a céltábla $v_{r,b}$ sebességgel csapódó $N_M = 1$ hatásmutatójú repesz energiája (a becsapódási felületen), amely

$$E_r = \frac{1}{2} m_r v_{r,b}^2 \tag{M-2.2.-2.-1.}$$

Ezért **a repeszsebesség analóg-függvénye,**

$$v_{r,b} = \left[K_1 + K_2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{M-2.2.-3.}$$

[3] α_{Ar}; az A_r-felület be-(vagy ki-)töréséhez szükséges munka.

3. N_M-FÜGGVÉNY A MECHANIKAI MODELL SZERINT

A (2.3.1.-6.) egyenlet megoldása N_M-re a következő,

$$N_M = -\frac{K_2}{K_1} + \left\{ \frac{K_2^2}{K_1^2} + \frac{1}{K_2} \left[K_2 + (K_1 + K_2) \frac{v_{r,b,N_M}^2}{v_{r,b}^2} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(M-3.-1.)}$$

Képezve a tört kitevőjű tag hatványsorát[4], majd az így kapott összefüggésben elhagyva a v_{r,b,N_M} és a $v_{r,b}$ értékek lineárisnál magasabb hatványkitevőjű tagjait[5], kapjuk,

$$N_M = \left(K_3 v_{r,b} v_{r,b,N_M}^{-1} - K_4 \right) + K_5 v_{r,b}^{-1} v_{r,b,N_M} \qquad \text{(M-3.-2.)}$$

ahol,

K_3, K_4, K_5 : számítással meghatározható függvényértékek, amelyek

$$K_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{K_2}{K_1} \right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(M-3.-2.-1.)}$$

$$K_4 = \left(\frac{K_2}{K_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \right)^{-\frac{1}{2}} \qquad \text{(M-3.-2.-2.)}$$

és

$$K_5 = \left(\frac{K_2}{K_1} \right)^{-\frac{1}{2}} \qquad \text{(M-3.-2.-1.)}$$

Továbbá, valamely konkrét repeszképző töltet és konkrét céltábla esetén,

$$v_{r,b} = \acute{a}lland\acute{o} \qquad \text{(M-3.-2.-1.-1.)}$$

Ezért, **a keresett N_M-függvény az alábbi,**

$$N_M = \left(K_{31} v_{r,b,N_M}^{-1} - K_4 \right) + K_{51} v_{r,b,N_M} \qquad \text{(M-3.-3.)}$$

ahol,

K_{31}, K_{51} : számítással meghatározható függvényértékek, amelyek

[4] **LAURENT**-sor.
[5] Itt nem részletezett, (hosszadalmas, elemi) számításokkal meghatározhatóan, az approximációs hiba < 1%.

$$K_{31} = K_3 v_{r,b} \qquad \text{(M-3.-3.-1.)}$$

és

$$K_{51} = K_5 v_{r,b} \qquad \text{(M-3.-3.-2.)}$$

4. REPESZSEBESSÉG-FÜGGVÉNYEK A HIDRODINAMIKAI MODELL (2.3.2.-4. és 2.3.2.-5.) ERŐEGYENLETEI SZERINT

4.1. A fenti egyenletek szerinti F_{CT}, a_{r,CT,N_M} és F_{r,CT,N_M} (független-)változók kifejtése

1.) F_{CT} – az A_r felület be-(vagy ki-)töréséhez szükséges erő

Amely,

$$F_{CT} = \sigma_{sz,d} A_{r,b} \qquad \text{(M-4.1.-1.)}$$

ahol,

$\sigma_{sz,d}$: a céltábla anyagának dinamikus szilárdsági feszültsége[6]

és

$$\sigma_{sz,d} = K_{sz} \sigma_{sz,st} \qquad \text{(M-4.1.-1.1.)}$$

ahol,

K_{sz} : kísérleti vizsgálatokkal meghatározható állandó

$\sigma_{sz,st}$: a céltábla anyagának statikus szilárdsági feszültsége.[7]

Vagyis,

$$F_{CT} = K_{sz} \sigma_{sz,st} A_{r,b} \qquad \text{(M-4.1.-2.)}$$

2.) a_{r,CT,N_H} – a repesz lassulás az N_H db céltáblában

Amely,

[6] Amely a dinamikus törési, nyírási és folyáshatár-feszültség függvény függvényértéke, a repesz v_r sebességénél.
[7] Amely a statikus törési, nyírási és folyáshatár-feszültség függvény függvényértéke, a repesz v_r sebességénél.

$$a_{r,CT,N_H} = \frac{dv_r}{dt_{CT}} = \acute{a}lland\acute{o}$$ [8] (M-4.1.-3.)

és

$$\frac{dv_r}{dt_{CT}} \equiv \frac{dv_r}{dt_{CT}} \frac{dL_{CT}}{dL_{CT}} \quad \text{(M-4.1.-3.-1.)}$$

ahol,

dt_{CT} : a repesz futási időtartama dL_{CT} távolságon

és

$$\frac{dL_{CT}}{dt_{CT}} = v_r \quad \text{(M-4.1.-3.-2.)}$$

Vagyis,

$$a_{r,CT,N_H} = v_r \frac{dv_r}{dL_{CT}} \quad \text{(M-4.1.-4.)}$$

3.) $F_{r,he,CT}$ – a repeszre ható hidrodinamikai erő (ellenállás) a céltáblában

A hidrodinamikai ellenállást a **NEWTON**-összefüggés [M3.] alábbi kifejtése írja le.[9]

$$F_{r,he,CT} = \frac{1}{2} C_e \rho_{CT} A_{r,b} v_{r,b,N_H}^2 \quad \text{(M-4.1.-5.)}$$

ahol,

C_e : az ellenállási tényező alábbi függvényének

$$C_e, v = f(v) \quad \text{(M-4.1.-5.-1.)}$$

függvényértéke[10], vagyis

$$C_e = [C_e v]_v \quad \text{(M-4.1.-5.-2.)}$$

és amely [Itt[11]] állandó

és

[8] Az egyenlőség szilárd halmazállapotú repeszek és homogén (anyagú) céltáblák esetén fennáll.

[9] 1.) **Az összefüggés szuper- és (korlátozottan) hiperszonikus sebességtartományokban is igaz** azzal a kiegészítéssel, hogy az összefüggés (függvény-)tényezői sebességtartományonként eltérőek.
2.) A **STOKES**-összefüggés [M4.] a szuper- és hiperszonikus sebességtartományokban nem alkalmazható [M5.].

[10] Vagyis a céltábla (viszkózus) folyadék állapotára jellemző (függvényérték).

[11] Lásd: 9.

ρ_{CT} : a céltábla anyagának sűrűsége.

4.2. A repeszsebesség-függvények differenciálegyenlete és ennek megoldása

1.) A differenciálegyenlet

Behelyettesítve az M-4.1.-2., az M-4.1.-4. és az M-4.1.-5. összefüggéseket a 2.3.2.-4. és a 2.3.2.-5. egyenletekbe, rendezés után kapjuk,

$$m_r, v_{r,b,N_H} \frac{dv_{r,b,N_H}}{dL_{CT}} = -A_{r,b} \cdot \left[(2N-1) K_{sz} \sigma_{sz,st} + \frac{1}{2} C_e \rho_{CT} v_{r,b,N_H}^2 \right] \qquad \text{(M-4.1.-6.)}$$

2.) A differenciálegyenlet megoldása (repeszsebesség-függvények meghatározása)

2.1.) A repeszsebesség függvénye, $N_H>1$ esetén

Az M-4.1.-6. differenciálegyenlet alapján felírható integrálegyenlet a következő.

$$\frac{m_r}{A_{r,b}} \int_{v_{r,b,N_H}}^{v_{r,b,N_H}=0} \frac{v_{r,b,N_H}}{(2N_H-1) K_{sz} \sigma_{sz,st} + \frac{1}{2} C_{e,v} \rho_{CT} v_{r,b,N_H}} dv_{r,b,N_H} = - \int_{L_{CT}=0}^{N_H L_{CT}} dL_{CT} \qquad \text{(M-4.1.-7.)}$$

Behelyettesítve az M-1.1.-1. és az M-1.2.-1. összefüggéseket a fenti egyenletbe, **$N_H L_{CT}$-re implicit megoldásként kapjuk,**[12]

$$N_H L_{CT} = \frac{1}{K_{A_{r,b,}} K_{Rb}} \frac{1}{C_e v} m_r^{\frac{1}{3}} \frac{\rho_r^{\frac{2}{3}}}{\rho_{CT}} \cdot \left(1 + \frac{C_e v}{2(2N_H-1)\sigma_{sz,st} K_{sz}} \rho_{CT} v_{r,b,N_H}^2 \right) \qquad \text{(M-4.1.-8.)}$$

amelyből kapjuk,

$$v_{r,b,N_H}^2 = \left[2 \frac{(2N_H-1) K_{sz} \sigma_{sz,st}}{\rho_{CT} C_e v} \right] \cdot \left(e^{K_{A_{r,b}} K_{R,b} C_e, v \frac{1}{m_r^{\frac{1}{3}}} \frac{\rho_{Ct}}{\rho_r^{\frac{2}{3}}} N_H L_{CT}} - 1 \right) \qquad \text{(M-4.1.-9.)}$$

Továbbá, **szélső függvényértékeknél igazak a következők,**

[12] A hosszadalmas (egyszerű) számítások elhagyásával.

$m_r, \rho_r, \rho_{CT} = állandó$ (M-4.1.-10.)

ezért,

a repeszre jellemző alábbi – $K_{r,1}$ és $K_{r,2}$ – függvényértékek,

$$K_{r,1} = \frac{1}{K_{A_{r,b}}} \frac{1}{K_{R,b}} = állandó \qquad \text{(M-4.1.-11.)}$$

és

$$K_{r,2} = m_r^{\frac{1}{3}} \rho_r^{\frac{2}{3}} = állandó \qquad \text{(M-4.1.-12.)}$$

a céltáblára jellemző alábbi – $K_{CT,1}$ – függvényérték,

$$K_{CT,1} = \frac{1}{2K_{sz}\sigma_{sz,st}} = állandó \qquad \text{(M-4.1.-13.)}$$

valamint **a repesz – céltábla együttese jellemző alábbi – $K_{r,CT}$-függvényérték,**

$$K_{r,CT} = C_e v \rho_{CT} = állandó \qquad \text{(M-4.1.-14.)}$$

Bevezetve az alábbi jelöléseket, kapjuk,

$$K(1) = \frac{K_{r,1}K_{r,2}}{K_{r,CT}} = állandó \text{ (függvényérték)} \qquad \text{(M-4.1.-15.)}$$

és

$$K(2) = K_{CT,1}K_{r,CT} = állandó \text{ (függvényérték)} \qquad \text{(M-4.1.-16.)}$$

Behelyettesítve az (M-4.1.-15.) és az (M-4.1.-16.) összefüggéseket az (M-4.1.-9.) egyenletbe, rendezés után kapjuk, hogy **a keresett függvény a következő:**

$$v_{r,b,N_H} = \left[\frac{2N_H - 1}{K(2)}\right]^{\frac{1}{2}} \left[e^{\frac{N_H}{K(1)}L_{CT}} - 1\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(M-4.1.-17.)}$$

2.2.) A repeszsebesség függvénye, $N_H=1$ esetén

Jelen esetben az (M-4.1.-7.), az (M-4.1.-8.) és az (M-4.1.-9.) összefüggések analógjai a következők,

$$\frac{m_r}{A_{r,b}}\int_{v_{r,b}}^{v_{r,b}=0}\frac{v_{r,b}}{K_{sz}\sigma_{sz,st}+\frac{1}{2}C_{e,v}\rho_{CT}v_{r,b}}dv_{r,b}=-\int_{L_{CT}=0}^{L_{CT}}dL_{CT}\qquad \text{[Itt}^{13}\text{]}\qquad \text{(M-4.1.-18.)}$$

és

$$L_{Ct}=\frac{1}{K_{A_{r,b}}K_{Rb}}\frac{1}{C_e v}m_r^{\frac{1}{3}}\frac{\rho_r^{\frac{2}{3}}}{\rho_{CT}}\cdot\left(1+\frac{C_e v}{\sigma_{sz,st}K_{sz}}\rho_{CT}v_{r,b}^2\right)\qquad \text{(M-4.1.-19.)}$$

és

$$v_{r,b}^2=\left[2\frac{K_{sz}\sigma_{sz,st}}{\rho_{CT}C_e,v}\right]\cdot\left(e^{K_{A_{r,b}}K_{R,b}C_e v\frac{1}{m_r^{\frac{1}{3}}}\frac{\rho_{CT}}{\rho_r^{\frac{2}{3}}}L_{CT}}-1\right)\qquad \text{(M-4.1.-20.)}$$

Behelyettesítve az (M-4.1.-15.) és az (M-4.1.-16.) összefüggéseket a fenti egyenletbe, rendezés után kapjuk, hogy **a keresett analóg függvény az alábbi:**

$$v_{r,b}=\left[\frac{1}{K(2)}\right]^{\frac{1}{2}}\left[e^{\frac{1}{K(1)}L_{CT}}-1\right]^{\frac{1}{2}}\qquad \text{(M-4.1.-21.)}$$

5. N_H-FÜGGVÉNYEK A HIDRODINAMIKAI MODELL SZERINT

A (2.3.2.-8.) egyenletben:

$$e^{\frac{1}{K(1)}L_{CT}}>>1\qquad \text{[Itt}^{14}\text{]}\qquad \text{(M-5.-1.)}$$

ezért a (fenti hivatkozású) egyenlet átalakítása után írható, hogy

$$\frac{v_{r,b,N_H}^2}{v_{r,b}^2}\approx(2N_H-1)e^{\frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H-1)}\qquad \text{[Itt}^{15}\text{]}\qquad \text{(M-5.-2.)}$$

[13] $C_{e,v}$ mérőszáma a fenti és az (M-4.1.-7.) egyenletekben azonos, mivel a sebességtartományok egyezőek.

[14] A gyakorlatban előfordulható alábbi mérőszámoknál:

$$L_{CT}=(2\div 50)\cdot 10^{-2}[m]\qquad \text{(M-5.-1.-1.)}$$

$$C_{e,v}=1{,}5\div 3\qquad \text{(M-5.-1.-2.)}$$

$$\rho_{CT}=(1\div 10)\cdot 10^3\left[\frac{kg}{m^3}\right]\qquad \text{(M-5.-1.-3.)}$$

$$m_r=(10\div 500)\cdot 10^{-3}[kg]\qquad \text{(M-5.-1.-4.)}$$

az (M-5.-1.) összefüggés szerinti mérőszám,

$$\rho^{\frac{1}{K(1)}L_{CT}}\approx 90\div 400\qquad \text{(M-5.-1.-5.)}$$

Az (M-5.-2.-1.) egyenlet átalakítása után kapjuk,

$$\ln\frac{v_{r,b,N_H}^2}{v_{r,b}^2}=\ln(2N_H-1)+\frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H-1) \qquad \text{(M-5.-3.)}$$

Az egyenlet megoldásai N_H**-ra**, a szélsőértékeknek megfelelően **a következők.**

5.1. Az N_H-függvény, amennyiben meghatározó az (M-5.-3.) egyenlet jobb oldali első tagja

Ebben az esetben igaz, hogy

$$\ln(2N_H-1)>>\frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H-1) \qquad \text{[Itt}^{16}\text{]} \qquad \text{(M-5.1.-1.)}$$

Vagyis írható, hogy

$$\ln\frac{v_{r,b,N_H}^2}{v_{r,b}^2}\approx\ln(2N_H-1) \qquad \text{[Itt}^{17}\text{]} \qquad \text{(M-5.1.-2.)}$$

Az (M-5.1.-2.-1.) egyenlet megoldásaként **az** N**-függvényre kapjuk,**

$$N_H=\frac{1}{2}\left(1+\frac{v_{r,b,N_H}^2}{v_{r,b}^2}\right) \qquad \text{(M-5.1.-3.)}$$

5.2. Az N_H-függvény, amennyiben meghatározó az (M-5.-3.) egyenlet jobb oldali második tagja

1.) <u>Pontos megoldás</u>

Ebben az esetben igaz, hogy

$$\ln(2N_H-1)<<\frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H-1) \qquad \text{[Itt}^{18}\text{]} \qquad \text{(M-5.2.-1.)}$$

---

[15] A továbbiakban – (14) alapján

$$\frac{v_{r,b,N_H}^2}{v_{r,b}^2}\equiv(2N_H-1)e^{\frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H-1)} \qquad \text{(M-5.-2.-1.)}$$

[16] Az összefüggés helyesen írja le a valóságot, amennyiben a céltábla élőerőt modellez és $N_H\approx 1$ (M-5.1.-1.-1.)

[17] A továbbiakban – (14) alapján,

$$\ln\frac{v_{r,b,N_H}^2}{v_{r,b}^2}\equiv\ln(2N_H-1) \qquad \text{(M-5.1.-2.-1.)}$$

Vagyis írható, hogy

$$\ln\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}} \approx \frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H - 1) \qquad [\text{Itt}^{19}] \qquad \text{(M-5.2.-2.)}$$

Az (M-5.2.-2.-1.) **egyenlet (pontos) megoldásaként az *N*-függvényre kapjuk,**

$$N_H = 1 + \frac{K(1)}{L_{CT}}\ln\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}} \qquad \text{(M-5.2.-3.)}$$

vagyis, a függvény bármely $\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}}$ **esetén növekvően konkáv. Ez azt jelenti, hogy** ***N*** **függvényértékeinek növekedése az** $N_H>0$ **tartományban a lineárisnál nagyobb mértékű.**

2.) <u>(Egyik) közelítő, lineáris megoldás[20]</u>

Jelölje Y és $\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}}$ valamely **DESCARTES**-koordinátarendszer tengelyeit és legyen (itt) értelmezve az (M-5.2.-3.) egyenlet jobboldali második tagjának logaritmikus tényezője a következő függvénnyel,

$$\ln\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}} = Y \qquad \text{(M-5.2.-4.)}$$

Helyettesítse a fenti függvényt az a lineáris függvény, amely áthalad az ($Y = 0$, $\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} = 1$) és az ($Y = [Y]$, $\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} = \left[\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}}\right]$) koordinátájú pontokon, ahol,

$$[Y] = \mathit{állandó} \equiv K_Y \qquad \text{(M-5.2.-5.)}$$

$$\left[\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}}\right] = \mathit{állandó} \equiv K_{v_r} \qquad \text{(M-5.2.-6.)}$$

---

[18] Az összefüggés helyesen írja le a valóságot (14) mérőszámainál.

[19] A továbbiakban – (14) alapján,

$$\ln\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}} \equiv \frac{L_{CT}}{K(1)}(N_H - 1) \qquad \text{(M-5.2.-2.-1.)}$$

[20] **A közelítő megoldás bármely** (elsőfokúnál magasabb) **rendű polinomnál is előállítható, ugyanakkor a fenti egyrészt a legegyszerűbb, másrészt konzervatív** – vagyis N_H valóságos számértéke a számítottnál nagyobb – amelynek a gyakorlati felhasználásnál lehet jelentősége.

A lineáris függvény általános alakja a következő,

$$Y = M\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} + B \qquad \text{(M-5.2.-7.)}$$

ahol,[21]

M : a meredekség, amely állandó és

$$M = \frac{K_Y}{K_{v,r} - 1} \qquad \text{(M-5.2.-7.-1.)}$$

B : állandó, amely

$$B = -M \qquad \text{(M-5.2.-7.-2.)}$$

Vagyis,

$$Y = \frac{K_Y}{K_{v,r} - 1}\left(\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} - 1\right) \qquad \text{(M-5.2.-8.)}$$

Ezért a fenti és az (M-5.2.-4.) összefüggések alapján írható, hogy

$$\ln\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}} = \frac{K_Y}{K_{v,r} - 1}\left(\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} - 1\right) \qquad \text{(M-5.2.-9.)}$$

Behelyettesítve a fenti összefüggést az (M-5.2.-3.) egyenletbe megoldásként **az N_H-függvényre kapjuk,**

$$N_H \approx K(3) + K(4)\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} \qquad \text{[Itt}^{22}\text{]} \qquad \text{(M-5.2.-10.)}$$

ahol,

$K(3), K(4)$: kísérleti (mérési) adatok alapján számítással meghatározható állandók, amelyek,

$$K(3) = 1 - K(4) \qquad \text{(M-5.2.-10.-2.)}$$

és

$$K(4) = \frac{K(1)}{L_{CT}}\frac{K_Y}{K_{v,r} - 1} \qquad \text{(M-5.2.-10.-3.)}$$

[21] Az – itt nem részletezett – függvényanalízis szabályai szerint.

[22] A továbbiakban – (20) következményeként;

$$N_H = K(3) + K(4)\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} \qquad \text{(M-5.2.-10.-1.)}$$

5.3. Az 5.1. és az 5.2. pontok szerinti N_H-függvények általánosítása

Az (M-5.1.-3.) és az (M-5.2.-10.) összefüggések alapján, N-re a következő egyenlőtlenség írható fel,

$$K(3)+K(4)\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}} \le N_H \le \frac{1}{2}\left(1+\frac{v^2_{r,b,N_H}}{v^2_{r,b}}\right) \qquad \text{(M-5.3.-1.)}$$

Az egyenlőtlenségre felírható a következő összefüggés[23], amely az általánosított N_H-függvény:

$$N_H = K(31)+K(41)\left(\frac{v_{r,b,N_H}}{v_{r,b}}\right)^n \qquad \text{(M-5.3.-2.)}$$

ahol,

$K(31), K(41)$: *K(3)* és *K(4)* alapján számítással meghatározható állandók

n : kísérleti (mérési) adatok alapján meghatározható állandó, amely,

$$1 \le n \le 2 \qquad \text{[Itt}^{24}\text{]} \qquad \text{(M-5.3.-2.-1.)}$$

[23] A függvényanalízis (elemi) – itt nem részletezett – szabályai szerint.

[24] v_{r,b,N_H} hatványkitevőinek következményeként.

2. melléklet

IRODALOMJEGYZÉK

[1.] MOLNÁR L.: Implóziós robbantás. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1992.

[2.] HARMOS Z.-FERENCZY B.-IKVAY M.: Tüzérlövészettan, Budapest, 1937.

[3.] HENDERSON, L. F.: Theory for Convex Equations of State. 27th International Symposium on Shock Waves, St. Petersburg, 2009.

[4] GRUDNITSKY, V. G.: Non linear theory of conservation laws of solid medium. 27th International Symposium on Shock Waves St. Petersburg, 2009.

[5] KHOTYANOVSKY, D.-KUDRYAVTSEV, A.-IVANOV, M.: Shock Wave propagation in viscous gas in a long tube. 27th International Symposium on Shock Waves, St. Petersburg, 2009.

[6.] FEGYVER- ÉS LŐSZERTECHNIKAI KÉZIKÖNYV, Budapest, 1984.

[M1] MŰSZAKI LEXIKON, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1974.

[M2] STANJUKOVICH, K. P.: Fizika Vzrüva. Izdatelsztvo Nauka, Moszkva, 1975.

[M3] LANDAU, L. D.-LIFSIC, E. M.: Elméleti fizika, VI., Budapest, 1981.

[M4] BUDÓ Á.-PÓCZA J.: Kísérleti fizika, Budapest, 1962.

[M5] BOSCO, A.-REINARTZ, B.-MÜLLER, S.: Computation of hypersonic shock boundary layer interaction on a double wedge using a differential Reinolds Stress Modell. 27th International Symposium on Shock Waves, St. Petersburg, 2009.