

Nagy Róbert<sup>1</sup>

## A LÖKÉSHULLÁMOK ÉS A DETONÁCIÓS HULLÁMOK ALAPVETŐ MODELLJEINEK TÖRTÉNETE<sup>2</sup>

A lökeshullám és az azt előidéző detonációs hullám leírásához három alapvető fontosságú modell ismerete elengedhetetlen. Ezek a gázok állapotváltozóinak ugrásszerű változását okozó lökeshullámok irreverzibilis módon lezajló adiabatikus terjedését leíró *Rankine-Hugoniot* (RH) modell, valamint az ezen alapuló, a robbanóanyagban létrejövő detonációs hullám terjedését megadó *Chapman-Jouguet* (CJ) modell és annak *Zeldovich, Neuman* és *Döring* (ZND) által kiegészített változata. A cikkben ezen alapvető elméletek fejlődését tekintjük át.

### BEVEZETÉS

Tekintsünk egy gáz halmazállapotú anyagban egy időben tisztán szinuszosan változó kis amplitúdójú zavart. Ez a jel az anyagban szétterjed. A rezgés frekvenciája nem befolyásolja a terjedési sebességet (a gáz állapotára jellemző hangsebességet) egészen addig (ezt lineáris tartománynak nevezzük), amíg az el nem éri a gáz molekuláinak ütközési frekvenciáját, mely normál körülmények közt közelítőleg  $10^8$  Hz. Következésképpen, mindazon tetszőleges időfüggéssel leírható hanghullámok, melyekre e feltétel teljesül, előállíthatók trigonometrikus függvények szuperpozíciójaként, vagyis a zavar amplitúdója ( $A$ ) Fourier-sorfejtéssel kezelhető:

$$A(t) = \sum_i \left[ a_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{T} t\right) + b_i \cdot \cos\left(\frac{2\pi i}{T} t\right) \right] \quad (1.1)$$

A hanghullám amplitúdójának növelésével a forrás helyén időegység alatt több energia jut a rendszerbe, mind amennyi disszipálódni képes, melynek következtében a forrás környezetében a gáz feltorlódik. Az összenyomódás hatására bekövetkező felmelegedés megnöveli a lokális hangsebességet, és ha a gáz ezt követő tágulása nem csökkenti a hullámfront lokális hangsebességet az eredeti értékre, ott energia koncentrálódik kialakítva a lökeshullámot.

A mechanikai lökeshullám tehát – az akusztikus hullámokhoz hasonlóan – egy szilárd, folyékony, gáz vagy plazma halmazállapotú közegben tovaterjedő zavar, amelyet azonban a hullámfronton található anyag állapotváltozóinak (nyomás, sűrűség, hőmérséklet) hirtelen és közel szinguláris megváltozása jellemez. Esetünkben a lökeshullámok többségét robbanóanyagokban lezajló, detonációnak nevezett, hirtelen bekövetkező gyors exotherm kémiai reakció idézi elő. A detonációs hullám lényegében egy égése során nagy hőfelszabadulást produkáló vagy kémiai instabil közegben terjedő lökeshullám. A lökeshullámot követően a közegben beindul a kémiai reakció, melynek hatására a folyamat állandó energiafelszabadulással jár.

<sup>1</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar. e-mail: mail.robort.nagy@gmail.com.

<sup>2</sup>Bírálta: Prof. Dr. Lukács László, egyetemi tanár, NKE HHK.

Különbséget kell tennünk a fent említett exotherm kémiai reakciók típusainak elnevezései közt. Égésnek nevezünk minden oxidatív reakciót. Ha a robbanóanyag dekompozíciója a hangsebességnél lassabban történik, nem alakul ki lökeshullám. Ekor az égést deflagrációnak nevezzük. Ezen esetben a folyamatot a felszabaduló reakcióhő többlet hajtja és a reakciótermékek áramlása a dekompozíció irányával ellentétes. Ellenkező esetben, ha a reakciósebesség nagyobb, mint az anyag állapotára jellemző hangsebesség, nagy energiájú lökeshullám jön létre. Az égési folyamatot ekkor detonációnak hívjuk. Az előző esettel ellentétben ekkor a reakciótermékek áramlása egybeesik a dekompozíció irányával és a folyamatot az állapotváltozók hullámfronton bekövetkező hirtelen megváltozása hajtja, vagyis az energiát az összenyomódási munka továbbítja a hővezetés helyett.

Fontos továbbá hangsúlyozni, hogy lökeshullámot nem csak robbanás idézhet elő. Ezek közül rengeteg előfordul a hétköznapokban is. Ilyen például a taps, a csattintás egy övvel és az ostopattintás (ahol az ostor vége hangsebesség feletti sebességre gyorsul) csak néhányat kiemelve. Ezeknél egy kissé technikaibb előfordulások komoly gyakorlati problémákat vetnek fel: a helikopterek előrehaladási sebességét korlátozza például az előre mozgó rotorlapát sebességének hangsebesség alatt tartása. Nagysebességű vasutak alagúton való áthaladása szintén lökeshullámot generál, mely akár jelentős károkat is okozhat a kijárat környezetében lévő szerkezetekben. A legközismertebb előfordulás viszont kétségtelenül a szuperszonikus repülőgépek által előidézett hangrobbanás. Látható, hogy a lökeshullámok elmélete a robbanásokétól jól elkülöníthető, és kialakulása egy évszázaddal meg is előzte az első detonációs elméletek megjelenését. Mi is ezt az utat követjük a következő fejezetekben.

## LÖKÉSHULLÁM

### Történet

Történelmi szempontból a modern lökeshullámfizika fejlődésének első periódusa a szuperszonikus balisztika születésével kezdődött 1746-ban. Ekkor végezte mozgó lövedékek sebességének kvantitatív meghatározására irányuló, ballisztikus inga segítségével kivitelezett kísérleteit *Benjamin Robins*, egy angol matematikus és hadmérnök [3]. Kísérletei során képes volt akár 500 m/s sebességgel (20°C-os levegőnél ez M=1,5-ös Mach-számot jelent) haladó gömb alakú lövedékek mérésére is, és rájött, hogy az aerodinamikai ellenállás jelentős mértékű növekedést mutat a hangsebességhez közelítve.

1759-ben *Leonhard Euler* a híres svájci matematikus levélben írta meg Lagrange-nak, hogy az infinitezimálisan kicsiny amplitúdóval bíró hanghullámokkal ellentétben a véges amplitúdójú hanghullámok sebessége függ az amplitúdótól, azonban hibásan arra a következtetésre jutott, hogy ez a sebesség csökken az amplitúdó növekedésével.

Bár az alapvető megfigyelések és a kezdeti kísérletek ebben az időszakban történtek, megfelelő matematikai apparátus és a kielégítő termodinamikai megalapozás hiánya meggátolta a tudósokat a lökeshullámok jelenségének mélyebb megértését egészen *Henri Hugoniot* 1887-ban megjelent cikkéig [8].

Ebből a szempontból *Gaspard Monge* jelentősége megkérdőjelezhetetlen. Nem csupán azért, mert az ő munkája [4] alapozta meg az elsőrendű parciális differenciálegyenletek megoldását adó karakterisztikák módszerét 1773-ban, hanem azért is, mert úttörő szerepet vállalt korának világszinten is legjobb oktatási központjának, a párizsi *Ecole Polytechnique*-nek, létrehozásában, ahol olyan tudósok végeztek, mint Lagrange, Poisson, Fourier, Duhamel, Cauchy, Carnot, Biot, Fresnel, Hugoniot, Navier, Saint-Venant, Sturm, Liouville and Poincaré, hogy csak néhányat említsünk. Ez az iskola és a rivális angol tudományos közösség hozta létre a XIX. században a modern lökeshullám elmélet alapját, és tette lehetővé annak továbbfejlődését.

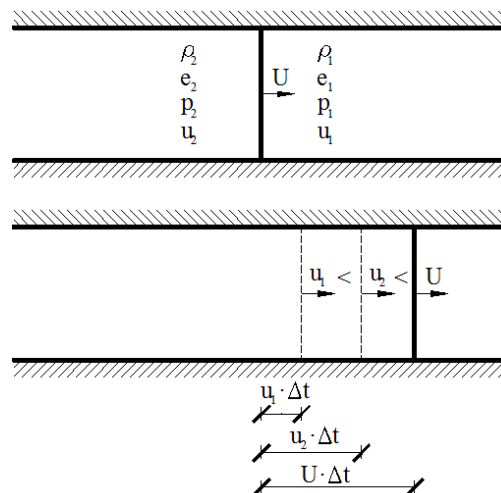
*Poisson*, 1808-as cikkében [5], amely egy évvel korábban tartott hangtani előadásain alapult, leírta az egydimenziós hullámterjedési egyenlet egzakt megoldását. Később, 1823-ban megalkotta az infinitezimális amplitúdójú hanghullámok terjedését leíró izentropikus gáztörvényt melyek a lökeshullám elmélet és a nemlineáris akusztika első sarokkövét jelentik.

*Riemann* 1860-ban íródott cikke [6] a véges amplitúdójú hullámok elméletéről szintén hatalmas hozzájárulás az elmélethez. Ebben Monge karakterisztikák módszerét alkalmazva megmutatta, hogy az eredeti zavar két egymással ellentétes hullámra, egy rikulási és egy kompressziós (lökeshullám) hullámra oszlik. Mialatt az első kiterjedése egyre nő, vastagszik, addig a második egyre vékonyabb, koncentráltabb lesz. A gáz pedig átjutva a kompressziós hullámon összenyomódik és felmelegszik, míg a ritkulási hullám lehűti és kitágítja azt. Azonban, a folyamatot adiabatikusnak feltételezve, hibásan arra a következtetésre jutott, hogy az entrópia (a rendszer rendezettségének mértéke) változatlan marad a lökeshullámon való áthaladás után, mely a termodinamika második főtétele nyomán reverzibilis folyamatot implikál, holott a lökeshullám-terjedés irreverzibilis.

1869-ben *Rankine* [7], majd tőle függetlenül 1887-ben *Hugoniot* [8], [9], ismerték fel a folyamat irreverzibilitását. Jelenleg is az ő elméletük az alapvető lökeshullám-terjedési modell.

## A Rankine-Hugoniot-szingularitás

Tekintsünk egy ideális gázban egydimenziós,  $U$  sebességgel haladó lökeshullámfrontot, mely a környezetével nem képes hőközlésre (adiabatikus), és tekintsünk el a térfogati erőktől. Az 1. ábrán egy lehetséges elrendezés vázlata látható egy állandó keresztmetszetű hosszú csővel, ahol az 1-es és 2-es indexek a gáz lökeshullám előtti és lökeshullám utáni állapotára vonatkoznak. A felső ábrán a kezdő állapot, az alsón a  $\Delta t$  időre rákövetkező látható. A változók: a sűrűség ( $\rho$ ), a tömegegységre jutó fajlagos energia ( $e$ ), a nyomás ( $p$ ) és a sebesség ( $u$ ).



1. ábra - Egydimenziós lökeshullámterjedés

A lökeshullámfront kiterjedését infinitezimálisan kicsinek feltételezve az állapotváltozók függvényei ebben a pontban nem lesznek folytonosak, egy hirtelen ugrás, szingularitás jelentkezik bennük, innen a modell neve. Érdeemes megemlíteni, hogy a XVIII. században a természet jelenségeinek nemfolytonos függvényekkel történő leírása általános filozófiai vitákat okozott, melynek gyökerei az ókori Rómáig nyúlnak, ahogy az epikureus költőtől, Lucretius Carotól (Kr.e. 98 – Kr. e. 55) származó idézet is mutatja: “Natura non facit saltus”, vagyis a természetben nincs ugrás. Ilyen ellentét támadt például Euler és d’Alambert közt a rezgő húr mozgását leíró egyenletek megoldása során. Esetünkben a probléma feloldását a

nemlinearitás figyelembevétele jelenti. A lineáris határig az anyagban a hangsebesség állandó, azután viszont a a nyomással nő. Következésképpen a hullámfront egyre vékonyabbá válik, amíg végül egyetlen feületté fajul.

Három megmaradási egyenlet és az idelis gáz állapotegyenletének segítségével felállítható a modell:

Tömegmegmaradás, mely szerint anyag nem keletkezik és nem tűnik el:

$$U \cdot (\rho_2 - \rho_1) = \rho_2 \cdot u_2 - \rho_1 \cdot u_1. (1.2)$$

Lendületmegmaradás Newton 2. törvényéből következően:

$$U \cdot (\rho_2 \cdot u_2 - \rho_1 \cdot u_1) = (\rho_2 \cdot u_2^2 + p_2) - (\rho_1 \cdot u_1^2 + p_1) (1.3)$$

Energiamegmaradás:

$$U \cdot (\rho_2 \cdot e_2 - \rho_1 \cdot e_1) = \rho_2 \cdot u_2 \cdot \left( e_2 + \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_2} \right) - \rho_1 \cdot u_1 \cdot \left( e_1 + \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \right). (1.4)$$

Az állapotegyenlet teremt kapcsolatot az energia, a nyomás és a sűrűség közt. Most csak az ideális gáz állapotegyenletét adjuk meg, ahol  $\gamma$  az állandó nyomáson (izobár) és az állandó térfogat mellett (izochor) mért fajlagos hőkapacitások hányadosa.

$$p = (\gamma - 1) \cdot \rho \cdot e. (1.5)$$

## DETONÁCIÓ

A detonáció jelenségét először két francia kutatócsoport *Mallard* és *Le Chatelier* [12], and *Berthelot* és *Vieille* [13] figyelte meg 1883-ban egymástól függetlenül. Csövekben történő egydimenzós lángterjedéseken végzett részletes kutatásaik során megfigyelték, hogy a detonációs hullám különbözik minden más lángterjedési mechanizmustól. A lángterjedés során a rétegenkénti előrehaladást az égési zóna és a még reagálatlan gáz közötti hővezetés és a diffúzió okozza a molekulák hőmozgása által, így a terjedésnek a közeg hangsebességénél lassabbnak kell lennie, míg a kísérletek szerint a detonációs front a gázelegyre jellemző, állandó, hangsebesség feletti sebességgel terjed, mely független a cső tulajdonságaitól, feltéve, hogy annak átmérője meghalad egy kritikus, elegyre jellemző értéket. Mallard és Le Chatelier ezt az összenyomódás által hajtott reakcióterjedéssel magyarázták.

### Chapman-Jouguet-detonációs elmélet

A lökeshullámok elméletén alapuló detonációhullám elméletet eredetileg egy orosz fizikus, *Michelson* dolgozta ki és publikálta 1893-ban [14]. Hat évvel később, 1899-ben, tőle függetlenül *Chapman* is hasonló eredményre jutott [15], majd 1905-ben *Jouguet* tett jelentős mértékben hozzájárult az elmülethez [16], [17], [18]. Mivel Michelson publikációja nem jutott Oroszországon kívül, Chapman-Juoguet-elméletként vonult be a köztudatba. Eszerint a detonációs hullám egy olyan lökeshullám, melyben energiafelszabadulás megy végbe, tehát egy extra energiaforrás tagot jelent a Rankine-Hugoniot-elméletben. Még egy fontos feltételezéssel él, mégpedig a kísérletekkel összhangban, egy robbanóanyagra jellemző, konstans detonációsebesség létezését írja elő, továbbá a ritkulási és kompressziós hullámokról tett megfontolások alapján, azok terjedési sebességét a lokális hangsebességgel egyezőnek feltételezték. A jelenség termodinamikai elemzése és a lökeshullám elmélet kiterjesztése jelentette a legnagyobb áttörést a detonációs elméletek fejlődésében.

Lényegében a Chapman-Jouguet-elmélet a detonációs hullámoknak pusztán az energetikai jellemzésével foglalkozik, így nem törődve a kémiai reakciókinetikával, ezért null-reakciózóna modellnek is nevezik. Mivel nem veszi figyelembe a rakciózóna kiterjedését, sem pedig a zóna mögötti perturbációt, amely nem éri el az önfenntartó detonációhullám frontját, nem tudott magyarázatot adni az 1940-ben *Rosing* és *Chariton* által dokumentált [19] minimális detonációs csőátmérő ( $d_f$ ) létezésére (ez a robbanóanyag azon legkiseb átmérője, amely mellett az állandósult sebességgel történő terjedés még lehetséges külső hatás nélkül). Szintén kudarcot vall a model a *Campbell* és *Woodhead* által 1926-ban felfedezett [20], a detonáció több dimenzionalitásából eredő, belső forgó jelenségek leírásánál.

## Zeldovich-Neumann-Döring-detonációs elmélet

A detonációhullám véges kiterjedésű kémiai reakciózónáját figyelembe vevő fizikai modellt hozott létre egymástól függetlenül *Zeldovich* 1940-ben [21], *Neumann* 1942-ben [22] and *Döring* 1943-ban [23], mely Zeldovich-Neumann-Döring-detonációs elméletként vonult be a köztudatba. Szintén a hidrodinamika viszkozitás nélküli folyadékokra vonatkozó euleri egyenletein alapul, azonban a kémiai reakciókinetikát is figyelembe veszi. Az áramlás megmaradt egydimenziós, a lökéshullámot szintén szingularitásként kezeli. A reakciót a front indítja be, de leválasztja arról, így véges sebességet adva neki, amely egy véges kiterjedésű térrészben jön létre, melyet egyik oldalról a lökéshullámfront, másik oldalról pedig a Chapman-Jouguet-feület határol. Ennek eredményeképp a Chapman-Jouguet-hipotézis igaz marad, ezáltal a jól meghatározott detonáció sebesség független marad a kémiai reakció törvényétől.

TÁMOP-4.2.1.B-11/2/KMR-2011-0001 Kritikus infrastruktúra védelmi kutatások „A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.”

„The project was realised through the assistance of the European Union, with the co-financing of the European Social Fund.”



## IRODALOMJEGYZÉK

- [1] KREHL P.O.K.: *History of Shock Waves, Explosions and Impact*, Springer-Verlag, Berlin, 2009, ISBN: 978-3-540-20678-1
- [2] SALAS M.D.: *The Curious Events Leading to the Theory of Shock Waves*, 17<sup>th</sup> Shock Interaction Symposium, Rome, 2006.
- [3] ROBINS B.: *An account of the experiments relating to the resistance of the air, exhibited at different times before the Royal Society in the year 1746*. In: (WILSON J., ed.) *Mathematical tracts of the late Benjamin Robins*. Nourse, London (1761), vol. 1.
- [4] MONGE G.: *Mémoire sur la construction des fonctions arbitraires dans les inte'grals des e'quations aux dife'rences partielles*, Mémoires des mathematiques et de physique presentés a l'Académie...par divers scavans...7, 2e, 267-300. 1773

- [5] POISSON S.D.: Mémoire sur la théorie du son, J. École Polytech., Paris, 7, 319-392 (Thransl. in: [11])
- [6] RIEMANN B.: Über die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite. Abhandl. Königl. Gesell. Wiss. Gött. 8 [Math. Physik. Kl.], 243-265 1860.
- [7] RANKINE W.J.M.: *On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbances*, Phil. Trans. Roy. Soc. London, 160,277-286. 1870. (Reproduced in: [11]).
- [8] HUGONOT P.H.: *Mémoire sur la propagation du mouvement dans les corps et plus spécialement dans les gaz parfaits*, le Partie. J. Ecole Polytech., Paris, 57, 3-97. 1887. (Transl. in: [11]).
- [9] HUGONOT P.H.: *Mémoire sur la propagation du mouvement dans les corps et plus spécialement dans les gaz parfaits*, 2e Partie. J. Ecole Polytech., Paris, 58,1-125. 1889. (Transl. in: [11]).
- [10] LUTZEN J.: *Euler's Vision of a General Partial Differential Calculus for a Generalized Kind of Function*, Mathematics Magazine, 56, No. 5,299-306. 1983
- [11] JOHNSON, J.N., CHERET: *Classic Papers in Shock Compression Science*, Springer, New York. 1998.
- [12] MALLARD E., LE CHATELIER H.L.: *Recherches experimentales et theoriques sur la combustion des melanges gazeux explosifs - memoire i, temperature d'inflammation des melanges gazeux*. Ann. des Mines, 4(8):274-295, 1883.
- [13] BERTHELOT M., VIEILLE P.: *L'onde explosive*. Ann. de Chem. et de Phys., 28(5):289-332, 1883.
- [14] MICHELSON V.A.: *On the normal ignition velocity of explosive gaseous mixtures*, Scientific Transactions of Imperial Moscow University on Mathematics and Physics, 10:1-93, 1893.
- [15] CHAPMAN D.L.: *On the rate of explosions in gases*, Philos. Mag., 47:90-104, 1899.
- [16] JOUGUET E.: *On the propogation of chemical reaction in gases*, J. de Mathematiques Pures et Appliques, 7:347-425, 1905.
- [17] JOUGUET E.: *On the propagation of chemical reaction in gases*, J. de Mathematiques Pures et Appliques, 2:5-85, 1906.
- [18] JOUGUET E.: *Macanique des Explosifs*, Octava Doin et Fils, Paris, 1917.
- [19] ROSING V.O., CHARITON YN.B.: *Explosive detonations at small charge diameter*, Dokl Akad. Nauk USSR, 26(4):360-361, 1940.
- [20] CAMPBELL C., WOODHEAD D.W.: *The ignition of gases an explosive wave, part I*. J. Chem. Soc, 2:3010-3021, 1926.
- [21] ZELDOVICH YA.B.: *On the theory of the propagation of detonation in gaseous systems*, Sov. Phys. JETP, 10(5):542-568, 1940.
- [22] NEUMANN J.: *Report on "theory of detonation waves" (OD-02)*, Technical report, National Defense Research Committee of the Office of Scientific Research and Development, 1942. Devison B, Section B-1, Serial # 238.
- [23] DÖRING W.: *Uber der detonation vergang in gasen*, Ann. Phys., 43(5):421-436, 1943.