29. évfolyam (2019) 1. szám 231–241. • DOI: 10.32562/mkk.2019.1.19.

MŰSZAKI
KATONAI
KÖZLÖNY

Fekete Árpád[1]

Harci modellek vizsgálata differenciálegyenletekkel

Analysis of Combat Models Via Differential Equations

Az első világháború alatt F. W. Lanchester matematikai modellt adott a szembenálló haderők veszteségeinek leírására, amely feltételezte, hogy két homogén haderő (a harcászati egységeknek csak egy típusát tartalmazza) harcol egymás ellen és a teljes harcászati információk birtokában vannak (egy tetszőleges harci egység bármikor képes észlelni legalább annyi ellenséges egységet, amennyit meg is tud semmisíteni). Lanchester modelljét azóta sokat fejlesztették és munkája alapot adott más jellegű harci modellek felállítására, mint a gerilla-gerilla harc vagy a hagyományos-gerilla harc. Ebben a cikkben az ezekhez a modellekhez tartozó differenciálegyenleteket ismertetjük, elemezzük és konkrét példákon, történelmi csatákon keresztül vizsgáljuk meg a harcok megnyerésének esélyeit. Napjainkban a NATO is erősen támogatja a harcok rendszerdinamikai modellezésének kutatását.

Kulcsszavak: *Lanchester modellje, négyzetes törvény, hagyományos harc, gerillaharc, hagyományos-gerilla harc*

During the First World War F. W. Lanchester made up a mathematical model for a combat situation to describe the attrition of two hostile homogeneous forces (a homogeneous force is a force including only one type of military units), both fighting with the knowledge of full tactical information (it means that an arbitrary operational unit is at any time able to detect at least that many hostile operational units as it is capable of eliminating). Over the years there have been many analyses and extensions of the Lanchester model such as guerilla model or mixed combat model. In this study we describe and analyse these models with differential equations and we examine the chance of prevailing in combat via historical battles. Today the system dynamics models of combat are a fairly supported research area by NATO.

Keyworlds: *Lanchester model, Square Law, conventional warfare, guerilla warfare, mixed combat warfare*

[1] Nemzeti Közszolgálati Egyetem, Víztudományi Kar, főiskolai docens, e-mail: fekete.arpad@uni-nke.hu, ORCID: 0000-0002-1435-8658

Bevezetés

Lanchester az első világháború alatt tanulmányozta a nyugati front légi harcait. Elsősorban az a kérdés foglalkoztatta, hogy amely tényezők befolyásolják azok kimenetelét, és ezeket hogyan lehetne számszerűsíteni.

A témával kapcsolatban 1916-ban publikálta Londonban *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm* című cikkét [1], amelyben leírta harci modelljének eredményét, amelyet azóta Lanchester négyzetes törvényeként tartanak számon.

Lanchester a két szembenálló felet elnevezte kékeknek és pirosaknak. Ezek harci ereje több tényezőből tevődik össze: harcosok száma, fegyverzete, kiképzése stb. Csak a harcosok számát tekintjük: k=k*(t),* p=p*(t)* jelentse a *t* időpontban (napok vagy órák) a szembenálló felek, azaz a kékek és a pirosak harcosainak számát.

1. kép: Frederick William Lanchester (1868–1946) [12]

A k*(t)* és p*(t)* függvények változásának sebessége általános esetben függ a működési veszteségtől (MV), a harci veszteségtől (HV) és az utánpótlástól (U). Ekkor felírható például a kék csapat harci egységei számának változása:

$$\frac{dk(t)}{dt} = -\mathrm{MV} - \mathrm{HV} + \mathrm{U}. \qquad (1)$$

A működési veszteségeket jelentik például a betegségek, balesetek, általában a nem harci eseményekkel kapcsolatos veszteségek. Lanchester az (1) egyenletet egyszerűsítette, azaz feltette, hogy az MV elhanyagolható és nincs utánpótlás. Meg kell jegyezni, hogy az MV olykor nem elhanyagolható és döntő szerepe lehet. I. Napóleon francia császár 1812-es oroszországi hadjárata idején (Moszkva leégése után, a visszavonulás alatt) több százezer katona halt meg a kemény télben (éjszakánként olykor –30 °C is előfordult), a Grande Armée így gyakorlatilag megsemmisült.

Megvizsgálunk egy olyan csatát is (Ivo Dzsima, 1945), amelyben az utánpótlásnak volt döntő szerepe a csata megnyerésében, ezért ott az (1) egyenletben az U-t is figyelembe vesszük.

A harci veszteségek leírására vett tényező alapján a harcokat kategorizálhatjuk hagyományos, gerilla-gerilla, illetve hagyományos-gerilla csatákra.

A hagyományos harci modell

Elöljáróban azzal a feltételezéssel kell élnünk, hogy hagyományos harc esetén a harcosok egymáshoz képest láthatóan, lőtávolban vannak. Írjuk fel a kékek és a pirosak létszámának változását:

(2) $$\frac{dk(t)}{dt} = -\kappa_p p(t), \qquad k(0) = K,$$

(3) $$\frac{dp(t)}{dt} = -\kappa_k k(t), \qquad p(0) = P,$$

ahol κ_p jelöli a piros harcászati egység semlegesítési (hatékonysági) rátáját a kék harcászati egységgel szemben, míg κ_k a kék harcászati egység semlegesítési rátája a piros harcászati egységgel szemben [2]. A κ_k és κ_p állandók becslése bonyolult feladat, néha csak későn, harc után derül ki, hogy mik is lettek volna jobb adatok. *K* és *P* jelöli a kék, illetve a piros csapatok kezdeti harcászati egységeinek számát.
Szorozzuk meg a (2) egyenletet $\kappa_k k(t)$-vel, a (3) egyenletet $\kappa_p p(t)$-vel és vonjuk ki őket egymásból:

(4) $$\frac{dk(t)}{dt}\kappa_k k(t) - \frac{dp(t)}{dt}\kappa_p p(t) = 0.$$

Integráljunk 0-tól t-ig és rendezzük:

(5) $$\kappa_k \int_0^t kdk = \kappa_p \int_0^t pdp.$$

Elvégezve az integrálást:

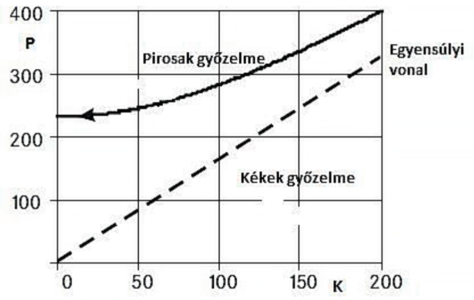
(6) $$\kappa_k[k^2(t) - k^2(0)] = \kappa_p[p^2(t) - p^2(0)].$$

Átrendezve és beírva a kezdeti feltételeket megkapjuk *Lanchester négyzetes törvényét*:

(7) $$\kappa_p p^2(t) - \kappa_k k^2(t) = \kappa_p P^2 - \kappa_k K^2.$$

A (7) egyenlet jobb oldala egy konstans szám. Könnyű belátni, hogy ha ez pozitív, azaz $\kappa_p P^2 > \kappa_k K^2$, akkor a pirosak győznek, míg ha $\kappa_p P^2 < \kappa_k K^2$, akkor a kékek. Ha a jobb oldali konstans 0, akkor a két fél egyszerre semmisül meg. A pirosak győzelméhez tehát $P > K\sqrt{\frac{\kappa_k}{\kappa_p}}$, míg a kékek győzelméhez $K > P\sqrt{\frac{\kappa_p}{\kappa_k}}$ feltétel szükséges. Itt a hagyományos harcnál érvényes az a mondás, hogy a „mennyiség fontosabb a minőségnél”.

Nézzünk egy konkrét példát: *K*: = 200, κ_k = 0,4, *P*: = 400, κ_p = 0,15.
Ekkor $\kappa_p P^2 - \kappa_k K^2 = 8000 > 0$, tehát a pirosak győznek. Ezt szemlélteti az alábbi ábra:



1. ábra. Fázistér
(Készítette: a szerző)

Érdekességként számítsuk ki, hogy az 1526-os mohácsi csatában milyen semlegesítési rátaarány lett volna szükséges a magyarok győzelméhez. A magyar csapatok száma kb. 26 800 fő volt, a törököké kb. 58 400. Ha behelyettesítjük a számokat a képletbe, akkor megkapjuk, hogy $\kappa_m > 4{,}75\kappa_t$. Látjuk, hogy sajnos irreális lett volna a győzelmünk, tekintve, hogy a törökök a legkorszerűbb európai haditechnikával rendelkeztek, kb. négyszerszer több ágyújuk volt, és a janicsárok közül sokan puskával voltak felfegyverezve.

Az 1. táblázat megadja a hagyományos történelmi csaták statisztikai adatbázisát [3], amely tartalmazza az általában nagyobb számú támadó csapat és a kisebb létszámú védekező csapat győzelmeinek számát. Ez a táblázat is azt támasztja alá, hogy hagyományos csatában a létszám döntő tényező. Vietnam nem szerepel a táblázatban, arról külön lesz még szó, ott egy hagyományos-gerilla harc zajlott, és mint látni fogjuk, ott már nem elsősorban a mennyiség volt a döntő.

1. táblázat. Történelmi csaták és kimeneteleik [3]

Korszak	Kezdő év	Befejezés	Csaták száma	Támadók győzelmei	Védekezők győzelmei
Régmúlt	–490	1598	63	36	27
17. század	1600	1692	93	67	26
18. század	1700	1798	147	100	47
Forradalmak	1792	1800	238	168	70
Napóleon	1805	1815	327	203	124
19. század	1803	1905	126	81	45
Első világháború	1914	1918	129	83	46
Második világháború	1939	1945	233	165	68
Korea	1950	1953	20	20	0
20. század második fele	1950	2008	118	86	32

Térjünk most vissza a kezdeti (2) és (3) egyenletekhez. Azt már láttuk, hogy milyen feltételnek kell teljesülni az egyes csapatok győzelméhez, de még nem adtuk meg a csapatok létszámát a csata során az idő függvényében. Ehhez megoldjuk a kiindulási differenciálegyenlet-rendszert, azaz megadjuk a $k(t)$-t. (Teljesen hasonlóan vezethető le $p(t)$ is.) Ehhez lederiváljuk a (2) egyenletet és $p'(t)$ helyére beírjuk a (3) egyenletből adott alakját:

(8)
$$k''(t) = -\kappa_p p'(t) = \kappa_p \kappa_k k(t).$$

Ez egy másodrendű differenciálegyenlet, amelynek karakterisztikus egyenlete $\lambda^2 = \kappa_p \kappa_k$, amiből $\lambda = \pm\sqrt{\kappa_p \kappa_k}$. Felírva az általános megoldást:

(9)
$$k(t) = Ce^{t\sqrt{\kappa_p \kappa_k}} + De^{-t\sqrt{\kappa_p \kappa_k}}.$$

A C és D állandókat a kezdeti feltételekből számíthatjuk ki. (9)-be t helyére 0-t írva: $k(0) = K = C + D$. (2)-be $t = 0$ helyettesítéssel kapjuk: $k'(0) = -\kappa_p P$. Használjuk még fel a (9) egyenlet deriváltját:

(10)
$$k'(t) = C\sqrt{\kappa_p \kappa_k}e^{t\sqrt{\kappa_p \kappa_k}} - D\sqrt{\kappa_p \kappa_k}e^{-t\sqrt{\kappa_p \kappa_k}}.$$

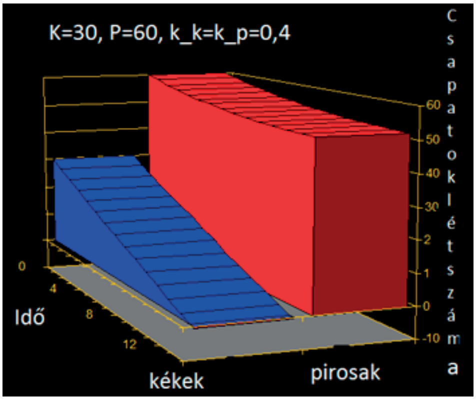
Ebből $k'(0) = C\sqrt{\kappa_p \kappa_k} - D\sqrt{\kappa_p \kappa_k} = -\kappa_p P$. Így a C és D állandók meghatározására a következő egyenletrendszerhez jutunk:

(11)
$$C + D = K$$
$$C - D = -P\sqrt{\frac{\kappa_p}{\kappa_k}}.$$

Ezt megoldva kapjuk, hogy $C = \frac{1}{2}\left(K - P\sqrt{\frac{\kappa_p}{\kappa_k}}\right)$ és $D = \frac{1}{2}\left(K + P\sqrt{\frac{\kappa_p}{\kappa_k}}\right)$. Most már megadhatjuk a kék haderő létszámát az idő függvényében az ütközet során, azaz a (9) egyenlet partikuláris megoldását:

(12)
$$k(t) = \frac{1}{2}\left(K - P\sqrt{\frac{\kappa_p}{\kappa_k}}\right)e^{t\sqrt{\kappa_p \kappa_k}} + \frac{1}{2}\left(K + P\sqrt{\frac{\kappa_p}{\kappa_k}}\right)e^{-t\sqrt{\kappa_p \kappa_k}}.$$

A 2. ábra jól szemlélteti három dimenzióban a csata során alakuló csapatok számát. A kezdeti feltételek: K = 30, P = 60, $\kappa_p = \kappa_k = 0{,}4$.



2. ábra. A létszámok alakulása a csata során
(Készítette: a szerző)

Az ábráról leolvasható, hogy a kékek 14 időegységen belül megsemmisülnek az ütközetben, míg a pirosak ekkor meglepő módon kb. 52-en maradnak. A megsemmisülésig eltelt idő a (12) egyenletből kiszámítható a $k(t) = 0$ megoldásával. Ekkor a piros csapat megmaradó harci egységeinek számára a $p_{túlélő} = \sqrt{P^2 - \frac{\kappa_k}{\kappa_p} K^2} \approx 52$ adódik.

Az Ivo Dzsima-i csata

A csata a második világháború egyik legvéresebb összecsapása volt, mely 1945. február 19. és március 26. között zajlott. Az amerikaiak győzelmében hatalmas szerepet játszott a csata során a folyamatos utánpótlás, egyfolytában érkeztek az újabb egységek és harci eszközök miközben a japánok megállás nélkül lőtték a partot. Végül a tengerészgyalogosoknak sikerült elindulniuk a sziget belseje felé és hatalmas veszteségek árán egyenként megsemmisíteni az útjukba kerülő bunkereket és lőállásokat. Engel 1954-ben írta fel az erre a csatára vonatkozó harci veszteségek alakulását [4]:

(13) $$\frac{dk(t)}{dt} = -\kappa_p p(t) + u(t), \qquad k(0) = K,$$

(14) $$\frac{dp(t)}{dt} = -\kappa_k k(t), \qquad p(0) = P,$$

ahol k(t) jelöli az amerikai, p(t) a japán csapatok harci egységeinek veszteségeit, u(t) jelöli az amerikaiak utánpótlását az idő függvényében. A korabeli újságokat tanulmányozva Engel a $\kappa_p = 0{,}0544$, $\kappa_k = 0{,}0106$ becsült semlegesítési rátákkal számolt. A japánok rátája tehát több mint az ötszöröse volt az amerikaiaknak, mivel a japánok jobban ismerték a terepet és álcázott bunkerekből, lőállásokból nyitottak koncentrált tüzet az amerikaiakra. Nagy előnyük volt, hogy az egész szigetet egyetlen hatalmas, barlangokból, föld alatti folyosókból, álcázott bunkerekből álló erődítménnyé változtatták.

Engel numerikusan megoldotta a differenciálegyenlet-rendszert és valóban megkapta, hogy bizonyos idő eltelte után a japán egységek megsemmisülnek, felőrlődnek köszönhetően az utánpótlás folyamatosságának, azaz az u(t) függvénynek. A történelmi tényeket nézve a 36 napos csatában 26 ezer amerikai sebesült meg, közülük 6800-an meghaltak. A húszezer japán védőből mindössze 1083-an élték túl az inváziót [5].

A gerilla-gerilla harc modellje

A gerilla hadikultúra alapja az ellenség felőrlése állandó rajtaütésekkel és utánpótlási vonalainak sorozatos elvágásával. Politikailag elkötelezett, elkeseredett vagy fanatizált néprétegeket, valamint kisszámú, jól képzett tanácsadót igényel. Erőssége a rugalmasság, a váratlanság, s hogy a hadviselés klasszikus módszereivel általában nem számolható fel. Gyenge pontja, hogy erdős-hegyes terephez és/vagy nagyvárosokhoz kötött, létfeltétele a lakosság támogatása.

Modellünkben feltesszük, hogy mindkét haderő gerilla harcmodort követ, azaz a harci egységek igyekeznek rejtve maradni az ellenséges harci egységek elől. Feltesszük, hogy a lelepezett harci egység megsemmisül. Ez a modell végeredményben azt a harci szituációt írja le, amelynek jelmondata: „Ha látható vagy, halott vagy.” A modellben a felderítési ráta az egyetlen korlátozó tényező [6]. A kékek és pirosak létszámának változását most az alábbi egyenletek írják le:

(15) $$\frac{dk(t)}{dt} = -\delta_p p(t)k(t), \qquad k(0) = K,$$

(16) $$\frac{dp(t)}{dt} = -\delta_k p(t)k(t), \qquad p(0) = P,$$

ahol δ_p, illetve δ_k jelöli a piros, illetve a kék csapatok felderítési rátáját. A (15) egyenletet δ_k-val, a (16) egyenletet δ_p-vel szorozva, majd kivonva őket egymásból, azt kapjuk, hogy

(17) $$k'(t)\delta_k - p'(t)\delta_p = 0.$$

Integráljunk 0-tól t-ig:

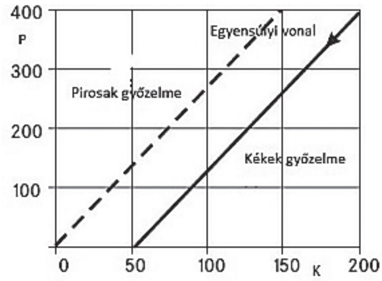
(18) $$\delta_k \int_0^t dk = \delta_p \int_0^t dp.$$

A (18) egyenletet rendezve, a következő összefüggés adódik:

(19) $$\delta_k k(t) - \delta_p p(t) = \delta_k k(0) - \delta_p p(0) = \delta_k K - \delta_p P \coloneqq Z.$$

Ha $Z > 0$, azaz $\delta_k K > \delta_p P$, akkor a kékek győznek, ellenkező esetben a pirosak. $Z = 0$ esetben, azaz $\delta_k K = \delta_p P$ esetén egyensúlyi helyzet áll elő, mindkét fél megsemmisül.

A hagyományos modellünknél a $K := 200$, $\kappa_k = 0{,}4$ $P := 400$, $\kappa_p = 0{,}15$ példát néztük. A semlegesítési rátákat most cseréljük fel felderítési rátákra és nézzük meg a gerillaharc kimenetelét. Tehát legyen $\delta_k = 0{,}4$ és $\delta_p = 0{,}15$. Ebben az esetben $\delta_k K - \delta_p P = 20 > 0$, tehát ebben az esetben a kékek nyernek! Az alábbi ábra szemlélteti ezt a kimenetelt:



3. ábra. Fázistér
(Készítette: a szerző)

Érdemes kiszámítani, hogy az imént megadott K, κ_k, κ_p esetén mekkora legyen a piros csapat száma a győzelem eléréséhez. A $\delta_k K > \delta_p P$ egyenlőtlenségből P > 533, tehát legalább 533 kezdeti harci egység szám kell a sikerhez. Viszont ha ragaszkodunk a kezdeti 400 főhöz, akkor legalább 0,2 felderítési ráta szükséges a győzelemhez. Levonható a következtetés, hogy gerilla-gerilla harc esetén a mennyiség és a minőség egyenlő jelentőségű. Gerilla-gerilla harc viszont ritkán fordult elő a történelem folyamán, így ez az eset nem is különösebben érdekes.

A vegyes, hagyományos-gerilla harc modellje

A történelem folyamán a hagyományos csaták mellett számtalan esetben fordult elő vegyes harc, azaz az egyik fél a hagyományos harcmodort, míg a másik gerilla harcmodort követ. Modellünkben a kék csapat képviseli a hagyományos, míg a piros csapat a gerilla harcmodort. A kékek számának változása a gerillák semlegesítési rátájától és számuktól függ. A gerillák számának változása függ a kékek felderítési rátájától és mindkét csapat aktuális harci egységének számától [2]. Alapegyenleteink tehát most a következők:

(20) $$\frac{dk(t)}{dt} = -\kappa_p p(t), \qquad k(0) = K,$$

(21) $$\frac{dp(t)}{dt} = -\delta_k p(t) k(t), \qquad p(0) = P.$$

A (20) egyenletet $\delta_k k(t)$-vel, a (21) egyenletet κ_p-vel szorozva, majd kivonva őket egymásból adódik, hogy

(22) $$\delta_k k(t) k'(t) - \kappa_p p'(t) = 0.$$

Integráljunk 0-tól t-ig:

(23)
$$\delta_k \int_0^t k dk = \kappa_p \int_0^t dp.$$

Elvégezve az integrálást azt kapjuk, hogy

(24)
$$\frac{1}{2}\delta_k[k^2(t) - k^2(0)] = \kappa_p[p(t) - p(0)].$$

A (24) egyenletet rendezve és beírva a kezdeti harci egységek számát, a következő összefüggés adódik:

(25)
$$\delta_k k^2(t) - 2\kappa_p p(t) = \delta_k K^2 - 2\kappa_p P \coloneqq Z.$$

Ha $Z > 0$, azaz, akkor $\delta_k K^2 > 2\kappa_p P$ a kékek, azaz a hagyományos erő győz, ellenkező esetben a pirosak, azaz a gerillák. $Z = 0$ esetben, azaz $\delta_k K^2 > 2\kappa_p P$ esetén egyensúlyi helyzet áll elő, mindkét fél megsemmisül.

Példánkban legyen most K: = 200, δ_k = 0,1, P: = 200. Vizsgáljuk meg, hogy mely κ_p esetén győznének a gerillák? A $\kappa_p > \frac{\delta_k K^2}{2P}$ egyenlőtlenségből azt kapjuk, hogy κ_p > 10 esetén győznének a gerillák, tehát igen hatékonynak kell lenniük. Levonhatjuk azt a következtetést, hogy a hagyományos erő esetén a minőség (felderítési ráta) fontosabb a mennyiségnél, míg a gerillák esetében a mennyiség és a minőség egyenlő fontosságú.

A történelemben számos példát találunk vegyes harcokra. Ilyen harcot vívott többek között Spartacus gladiátorok vezette rabszolgaserege a rómaiak ellen, Budai Nagy Antal, Dózsa György és Esze Tamás paraszti hadai a nemesi csapatok ellen [7]. Egy jelentős gerillaküzdelem a varsói felkelés, a lengyel emigráns kormány kezdeményezésére tört ki 1944. augusztus 1-jén. A cél azt volt, hogy még a szovjet Vörös Hadsereg beérkezése előtt a Honi Hadsereg (Armija Krajova) kezébe kerüljön Varsó és Lengyelország egy része. A lengyel felkelő erők három nap alatt lefegyverezték a Varsót megszálló német csapatokat és jelentős mennyiségű fegyvert zsákmányoltak. A Wehrmacht és a Waffen SS csapatai rövid idő alatt reagáltak a felkelésre és nagy erőket vetettek be a lengyelek ellen. A németek nehéztüzérséggel, bombázó légierővel, harckocsikkal és lángszórós csapatokkal támadták a felkelő erőket. A felkelők hősiesen harcoltak a túlerő ellen, de sem a tüzérség, sem a légierő támadásait nem tudták elhárítani, ezért rövid idő elteltével a föld alá, a város csatornarendszerébe vonultak vissza, ahol kéthónapos harc után 1944. október 2-án feladták a harcot [7]. A matematikai modellt tekintve végül is a németek jól reagáltak a gerilla harcmodorra, megsokszorozták a fellépő haderőt és felderítési rátájukat, így ezek messze felülmúlták a lengyel felkelők számát és semlegesítési rátáját, a felkelés tehát elbukott.

A hagyományos-gerilla harc tipikus példája volt a vietnami háború (1955–1975) alatt megvívott Ap Bac-i csata. Ap Bac ostroma 1963. január 2-án zajlott le, amely a vietnami háború egyik első ütközetének számított. A dél-vietnami hadsereg amerikai támogatással megtámadta a Vietkong egységeit, de a rajtaütés vereséggel végződött. Egy körülbelül 350 fős Vietkong gerillaegység súlyos veszteségeket (kb. 90 halott, 110 sebesült) okozott az amerikai és dél-vietnami egységeknek. Az USA az ütközet közben 5 helikoptert is elvesztett, míg a Vietkong veszteségei jóval kisebbek voltak (kb. 18 halott, 39 sebesült). Ez volt az első csata a vietnami háború alatt, amelyben a Vietkong ilyen jelentős győzelmet aratott. Ha matematikai modellünkkel nézzük ezt a csatát, akkor itt a (25) egyenletben szereplő értékek kb. K: = 950, δ_k = 0,008, P: = 350, κ_p = 11,2 voltak. A gerillák semlegesítési rátája nagyon magas volt, mivel lesből támadtak és a tűzerejük is kimagasló volt. Ezzel szemben az amerikaiaknak ismeretlen volt a terep, alig találták meg az ellenséget. Ez a csata is megmutatta, hogy az amerikai győzelemhez több ember kellett volna. William C. Westmoreland tábornok is felismerte ezt és folyamatosan utánpótlást kért az elnöktől. Az 1964-es évben 16 300-ról 20 ezerre nőtt az amerikai csapatok száma. 1965. július 28-án Johnson elnök bejelentette, hogy a Dél-Vietnamban állomásozó amerikai erők létszámát rövid időn belül 75 ererről 125 ezerre növelik, és hogy megkettőzik a hadkötelesek behívását. Havonta összesen 35 ezer sorköteles vonult be. A Pentagon arról tájékoztatta az elnököt, hogy ha egy éven belül a tervek szerint ki akarják űzni az észak-vietnami erőket az országból, akkor a Vietnamban harcoló amerikai csapatok létszámát a jelenlegi 120 ezerről rövid időn belül 400 ezerre kell növelni. McNamara védelmi miniszter figyelmeztette Johnson elnököt, hogy akár havi 1000 fő is lehet az amerikai áldozatok száma. 1965 végére körülbelül 185 ezer amerikai volt Vietnamban [8]. A háborút azonban nem tudták megnyerni. Ennek egyik oka a Vietnami Néphadsereg megerősödése és az amerikai nép kormányellenes közhangulata mellett az is volt, hogy a Vietkong hadsereg harci műveleteit 1969-ig javarészt a gerilla-hadviselés jellemezte. Általában kis létszámú, mozgékony csapatok beásva várakoztak a járőröző amerikai csapatokra. Gyors rajtaütés után a harcérintkezést még azelőtt megszüntették, mielőtt az amerikai tüzérség vagy a légierő csapást mérhetett volna rájuk, vagy pedig olyan közel húzódtak, amennyire csak tudtak, ezzel téve lehetetlenné a tüzérségi vagy a légicsapást. Nagy létszámú erők összetűzésére csak ritkán került sor. Sok áldozatot szedtek a gerillák által felállított csapdák, aknák és rejtett bombák. Ezekhez a házilag barkácsolt robbanótestekhez fel nem robbant amerikai bombákat szedtek szét és használtak fel [8].

Összefoglalás

A katonai harci modelleknek két típusát különböztethetjük meg: a homogén, illetve a heterogén modellt. Ezeknek célja, hogy a csata során bekövetkezett harci veszteségeket leírják az idő függvényében. Cikkünkben a homogén modell három fajtáját mutattuk be, amelyekben egy skalár adta meg az egységek harci erejét (semlegesítési ráta a hagyományos haderő ellen, illetve felderítési ráta a gerillák ellen), és mindkét félnél azonos fegyverhasználatot, fegyverhatékonyságot feltételeztünk. Ez a modell matematikailag könnyen átlátható, a két fél vesztesége elsőrendű differenciálegyenletekkel felírható. A történelem régebbi csatáinak modellezéséhez viszonylag jól használható, de némi korlátozással támpontot ad a modern hadviselés korában zajlott csata veszteségeinek becsléséhez is (például a vietnami háború).

Lanchester differenciálegyenleteit Helmbold 1965-ben [9], majd ezeket még Bracken egy taktikai paraméterrel 1995-ben általánosította, és megmutatta, hogy ennek segítségével például az ardenneki offenzíva vagy a kurszki csata még jobban leírható [10].

A modern hadviselés leírására mégis inkább a heterogén modell alkalmasabb, amely már figyelembe veszi a két haderő különböző harci erősségeit, a harctér peremvonalán zajló (FEBA[2]) mozgásokat és a döntéshozatali folyamatot. Itt már többparaméteres sztochasztikus differenciálegyenleteket írnak fel, amelyeknek numerikus megoldása igen bonyolult. Fontos kiemelni a harc közbeni döntéshozatalt. Adott harci körülmények között a parancsnok számára egy megalapozott döntés érdekében alapvetően fontos minél több harcászati és matematikai megfontolást keresni a valós harchelyzet minél pontosabb megítélése érdekében (harcászati, technikai, ballisztikai, pszichológiai tényezők és azok hatásai) [11]. A harchelyzet minden részletre kiterjedő prezentálása azonban a döntéshez szükséges harcászati megfontolások számát is jelentősen növelné egy olyan környezetben, ahol a megfelelő döntés meghozatalához csak igen kis idő áll rendelkezésre. Egy harcászati döntésnek két alapvető mozzanata van [11]:

- a kiinduló harcászati adatok (létszámarány, technikai adatok, egyéb körülmények) alapján a veszteség megítélése, több változat kidolgozása mellett;
- a változatok összehasonlítása és az induló és várható következmény értékelése alapján a kedvező változat kidolgozása (játékelméleti megközelítés).

A homogén, heterogén (ezen belül a sztochasztikus) harci modellek vizsgálata még számtalan kutatást ösztönözhet, a NATO is egyre jobban támogatja a harcok matematikai modelljeinek korszerű leírását, szimulációját. Magyar nyelven alig jelentek még meg cikkek erről a témáról.

Felhasznált irodalom

[1] Lanchester, F. W. (1916): *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm.* London, Constable and Company.
[2] Lepingwell, John W. R. (1987): The laws of combat. Lanchester reexamined. *International Security,* Vol. 12, No. 1. 89–134. DOI: https://doi.org/10.2307/2538918
[3] Perry, Nigel (2012): *Applications of Historical Analyses in Combat Modelling.* Commonwealth of Australia.
[4] Engel, J. H. (1954): A verification of Lanchester's law. *Journal of the Operations Research,* Vol. 10, No. 6. 818–827. DOI: https://doi.org/10.1287/opre.2.2.163
[5] Kumiko, Kakehasi (2008): *Szomorú hősi halál – Levelek Ivo Dzsimáról.* Budapest, Európa Könyvkiadó.
[6] Deitchman, S. J. (1962): A Lanchester model of guerrilla warfare. *Operations Research,* Vol. 10, No. 6. 818–827. DOI: https://doi.org/10.1287/opre.10.6.818
[7] Kőszegvári Tibor (2009): Gerilla-hadviselés a városokban. *Hadtudomány,* 1–2. sz. 63–71.
[8] Daugherty, Leo J. (2003): *A vietnami háború napról napra.* Debrecen, Hajja & Fiai Könyvkiadó.
[9] Helmbold, R. L. (1965): A Modification of Lanchester's Equations. *Operations Research,* Vol. 13, No. 5. 857–859. DOI: https://doi.org/10.1287/opre.13.5.857
[10] Bracken, J. (1995): Lanchester models of the Ardennes campaign. *Naval Research Logistics,* Vol. 42, No. 4. 559–577. DOI: https://doi.org/10.1002/1520-6750(199506)42:4<559::AID-NAV3220420405>3.0.CO;2-R
[11] Füleki András (2012): Döntéshelyzetben. *Hadtudományi Szemle,* 5. évf. 1–2. sz. 185–193.
[12] https://en.wikipedia.org/wiki/Frederick_W._Lanchester

[2] FEBA: Forward Edge of Battle Area – a harctér mellső peremvonala.