

Papp István¹

Rakétairányítási és célbefogási folyamatok a modern kor hadviselésében

Missile Guidance and Targeting Processes in Modern Warfare

Absztrakt

A rakétairányítási és célbefogási folyamatok szakterület a korszerű technológia és a komplex matematikai modellek alkalmazására koncentrál. Az irányítási folyamat közben figyelembe kell venni a dinamikai faktorokat, mint például a sebesség, az időjárási körülmények és a cél mozgásának jellemzői. A célbefogás során a rakéták képesek valós időben adaptálódni a cél mozgásához, optimalizálva a pályát és a manőverezést. A folyamatok magukban foglalják a prediktív algoritmusok és a gépi tanulás alkalmazását is, amelyek javítják a rakéták precizitását és hatékonyságát. Az ipari és tudományos közösség számára a rakétairányítási rendszerek folyamatos fejlesztése létfontosságú a globális biztonság és a technológiai versenyképesség megtartásához. A drónok használata a rakétairányítási és célbefogási folyamatokban forradalmi új perspektívákat kínál, amelyek jelentősen javíthatják a pontosságot.

Kulcsszavak: rakéta, célbefogás, irányítás, drón

¹ Gyakorlati oktató, Nemzeti Közsolgálati Egyetem Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar Repülő Sárkányhajtómű Tanszék, e-mail: papp.istvan@uni-nke.hu

Abstract

The missile guidance and targeting focuses on the application of advanced technology and complex mathematical models. During the guidance process, dynamic factors such as velocity, weather conditions and target movement characteristics must be taken into account. During target engagement, missiles are able to adapt in real time to the target's motion, optimising trajectory and manoeuvring. The processes also include the use of predictive algorithms and machine learning to improve the precision and efficiency of the missiles. For the industrial and scientific community, the continued development of missile guidance systems is vital to maintain global security and technological competitiveness. The use of drones in missile guidance and targeting processes offers revolutionary new perspectives that can significantly improve accuracy.

Keywords: missile, targeting, guidance, drone

Bevezetés

A pilóta nélküli légi járművek megjelenése gyökeresen átalakította a modern hadviselést, rámutatott arra, hogy elkezdődött egy új korszak, és az ezzel járó változások nemcsak a katonai harcászatot, hanem a társadalmi látásmódot is befolyásolják.

A drónok képesek nagy magasságból és távolról megfigyelni a célterületeket, lehetővé téve a precíz célmeghatározást. Felszerelhetők különböző érzékelőkkel, mint például kamerákkal, hőkamerákkal és radarokkal, amelyek segítenek a célok azonosításában és nyomon követésében. A gyűjtött adatok valós időben elemezhetők, ezáltal a döntéshozók gyorsan reagálhatnak a változó helyzetekre. Az információk feldolgozása segíthet a jövőbeli támadások megtervezésében és a rakéták irányításának tökéletesítésében. Korszerű navigációs rendszereik lehetővé teszik a precíz és pontos mozgásukat. Ezek a rendszerek integrálhatók a rakéták irányító rendszereibe, így a rakéták a drónok által gyűjtött adatokat felhasználva gyorsabban és pontosabban képesek elérni a célt.

A drónok nemcsak a célzási folyamatban játszanak szerepet, hanem önmaguk is képesek fegyverek szállítására és célzott támadások kivitelezésére. Ez lehetővé teszi a precíziós csapásokat, csökkentve a polgári áldozatok számát és minimalizálva a környezeti károkat. A drónok távolról irányíthatók, így csökkenthető a személyi sérülések valószínűsége.

A pilóta nélküli légi járművek könnyen integrálhatók más katonai rendszerekbe, például információs hálózatokba, ami lehetővé teszi a különböző egységek közötti hatékony kommunikációt és együttműködést, alkalmazásuk a rakétairányítási és célbefogási folyamatokban jelentős előnyöket kínál. A cikk célja, hogy bemutassa az irányítási folyamat két fő szintjét, a vezérlést és az irányítást, ügyelve arra, hogy ne „merüljünk el” a rakétatest szabályozási témakörébe. Ennek két oka van:

- Léteznek a szakirodalomban hozzáférhető hasznos könyvek és publikációk, amelyek a repülőgépek és rakéták irányításával foglalkoznak;

- a rakétatest szabályozási köre gyorsabb, mint az irányítási hurkok. Az irányítástechnikai terminológiákban a rakétatest irányító körei nagy sáv-szélességű belső szabályozási köröket foglalnak magukba, az alacsonyabb sáv-szélességű irányítási hurkokon belül (1. ábra). Elemzések azt támasztják alá, hogy a belső hurok olyannyira gyors, hogy az előzetes külsőhurok-analízis figyelmen kívül hagyható.

Amikor az irányítási törvényszerűségeket tanulmányozzuk, nem hagyhatjuk figyelmen kívül azt a tényt, hogy a rakétatest-szabályozási körnek megvan a saját dinamikája, és ezek nemlineáris hatásait bizonyos esetekben meg is kell vizsgálni.

Terminológia és definíciók

Az irányítási folyamat megértéséhez elengedhetetlen több fogalom és kifejezés meghatározása. Néhány ezek közül nem egységes, másképpen használják mind a brit, mind az amerikai szakirodalomban, továbbá az egyes szerzők munkáiban is. Ebben a részben olyan terminológiát alkalmazok, amelyik a leginkább elfogadott, adott esetben alternatívaként is felhasználható.

Az irányítási folyamat három szintje

Az „irányítás” az a folyamat, amely során a rakéta (jelen esetben) egy adott pont felé halad, amely általában mozog. Ha a pont fix, és az irányítható objektum kezelőszemélyzettel ellátott (kézi irányítású), akkor a folyamatot navigációnak² hívjuk. Így kimondhatjuk, hogy a navigáció az irányítás egyik változata. Ebben a részben szűkebb értelemben elemzem az irányítást, kizárva a navigációt, a konkrét jelentését fogom ismertetni.

Definíciók

Az irányítás hierarchikus folyamat, három szintből áll.

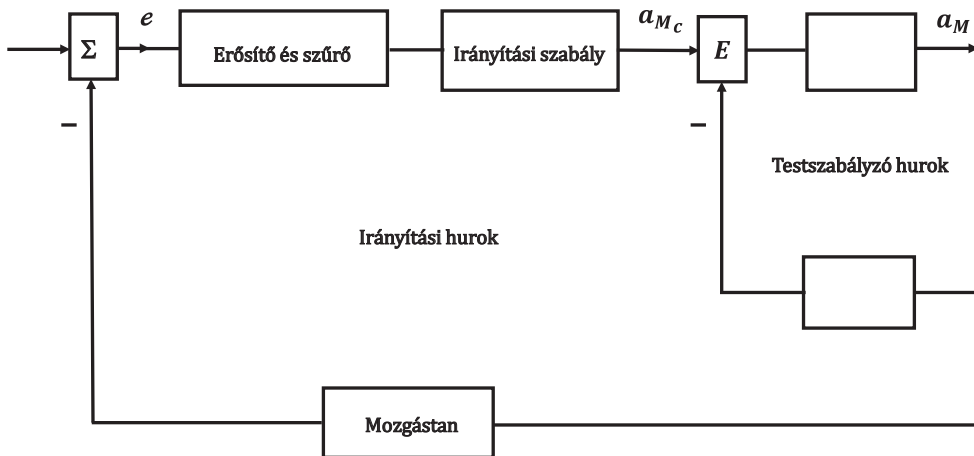
Az első helyen a geometriai szabály áll, amely meghatározza a látótávolságot (irányzóvonalat, LOS³), katonai értelemben célpontot, ezen belül az irányítás célját (feladatát). A továbbiakban, a jelölések egyszerűsítése érdekében, a következőket vezetem be:

- a cél: T (target);
- az irányított tárgy (esetünkben egy rakéta): M.⁴

² Egy szűkebb, ám mégis használatos definíciója a navigációnak, például megtalálni egy repülő (mozgó) tárgy pontos helyét a földhöz képest.

³ LOS: *line of sight* – célzóvonal, vizuális.

⁴ M az irányítási hurokban nullarendű dinamikával képviselteti magát, az $a_M \equiv a_{M_c}$ definíció szerint.



1. ábra: Rakétatest-szabályzó kör az irányítási hurkon belül

Forrás: a szerző szerkesztése SHNEYDOR 1998: 23 alapján

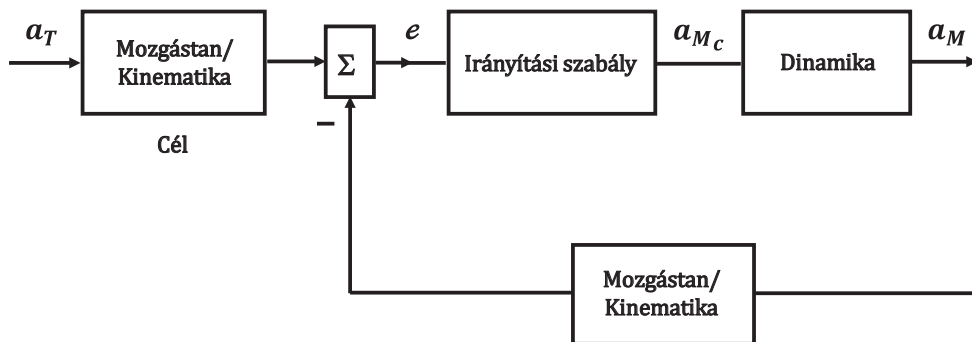
Amikor a rakéta becsapódását tanulmányozzuk a célobjektummal, néhány problémát figyelembe kell venni, mint például a repülési pálya formája, görbülete és a szükséges oldalirányú gyorsulások elemzése. Az irányítási folyamat teljes idejét $t = 0$ időpillanattól, amikor elkezd a cél elfogását, $t = t_f$ időpillanatig vizsgáljuk, mert ebben a szakaszban van jelentősége. Ezt az időt repülési időnek (t_f) hívjuk.⁵

A folyamat második fázisa az irányítási elv. Ez nem más, mint az az algoritmus, amellyel a kívánt geometriai szabály megvalósul. Ez az irányítási hurok lezárásával történik meg (2. ábra). Az e „eltérés” ebben a visszacsatolásban egyenesen arányos az M állapotvektor által mért eltéréssel. Arra használják, hogy létrehozzanak egy kormánymozgási parancsot adott M irányítási elv alapján.

Leginkább a keresztirányú gyorsulási parancs (az ábrán az A_{Mc}), a „c” jelöli a „irányítást”. A rakéta oldalirányú gyorsulása M -ből lett képezve, és az ábrán a_{Mc} -ként jelöltem, hasonlóképpen, a cél oldalirányú gyorsulásához, ahol T -ből lett származtatva, és jelzése a_T . A rakéta (M) elmozdulásának eredményeképp csökken az e („eltérés”) visszacsatolás, végül eléri a nullát.

A folyamat harmadik szintje a felügyelet (kontroll/ellenőrzés). Itt M nem egyéb, mint egy pont. Sokkal inkább egy merev test, amelynek tömege és tehetetlenségi nyomatéka van, valamint mozgása a térben x , y , z koordináták szerint definiálható. Nyilvánvaló, hogy ezen a pályán, hogy tanulmányozzuk az adott test stabilitását és a teljesítményt, szükségünk van egy úgynevezett testszabályozóra, zárt hurokra az irányítási körön belül. Néhány esetben azonban nem létezik önmagában ilyen szabályozó kör. Ekkor a felügyelet „nyílt hurkú”.

⁵ SHNEYDOR 1998: 24.



2. ábra: Az irányítási hurok

Forrás: a szerző szerkesztése SHNEYDOR 1998: 21 alapján

Példa

Vegyük egy hárompontos irányítási mechanizmust, amely a célzóvonal (LOS) geometriai szabályai szerint funkcionál. Ezen szabály szerint az M -nek egy OT sugarú körben kell maradni, az O referenciaponttól a T célíg. Ne felejtsük azt, hogy a használt szimbólumaink, T és M , a tér adott pontjain elhelyezkedő objektumok. T nem szükség-szerűen mozdulatlan. Tegyük fel, hogy a rakéta tudja mérni a céltól való távolságát, ekkor erre a távolságra e „eltérésként” lehet tekinteni, így az irányítási szabályból $a_{Mc} = f(e)$, ahol $f(\cdot)$ lineáris, telítődő, vagy valami egészen más nemlineáris, általában páratlan szimmetrikus karakterisztika definiálja. Egy kifinomultabb szabály lehet az $a_{Mc}(t) = k \left(1 + T(d) \frac{d}{dt} \right) e(t)$, $T_d = konstans$, ahol egy derivált kifejezéssel bővült a lineáris függvény.

Ha M egy rakéta, a testkontrollra (szabályzásra) azért van szükség, hogy az felügyelhető maradjon repülés közben, és meg kell bizonyosodni arról, hogy a_M tudja követni a_{Mc} parancsait. Például úgy, hogy egy „fel” utasításra a válasz tényleg „fel” és nem „lefelé” vagy „balra” legyen.⁶

A terminológiához kapcsolódó végrehajtás (kivitelezés)

Az irányítható rendszerek lehetnek önállóak vagy nem önállóak, attól függően, hogy az M kér-e az irányítási folyamat közben külső segítséget. Ilyen lehet például:

- egy referenciapont, LOS-irányítás esetén;
- a cél kiemelése, elektromágneses sugárzás alkalmazásával, félaktív rendszerek esetén;
- lézer célmegjelölés létrehozása.

Amennyiben a fent említett támogatások kellenek, akkor a rendszer nem önálló.

⁶ BRYSON 1985: 417.

Definíciók

Parancsadó rendszerek tekintetében azok a jelek, amelyeket a rakétára juttatnak (például rádióon vagy vezetékös vonalon), értelemszerűen nem függetlenek. Ezen folyamat során igen gyakran a geometriai szabályt alkalmazzák, vagyis a vizuális irányítást, ahol M egy OT sugarú körben tevékenykedik. Ekkor már parancsirányításról (CLOS⁷) beszélünk. Vannak ugyanakkor olyan parancsirányítási rendszerek, amelyek nem tartoznak a CLOS-kategóriába, például a következő fejezetben mutatok be. Ezzel ellentétben néhány LOS-irányítórendszer nem a parancsirányítási elven működik, mint például a félaktív lézérirányítás.

Az irányítási rendszerek, amelyekbe csupán M és T tartozik bele, prezentálják az M és T pontokat. Ezek az úgynevezett kétpontos rendszerek. Amikor egy harmadik pont elengedhetetlen, mint a LOS-irányítás esetén, a rendszer hárompontosá válik.⁸

A rendszer önirányítható, amennyiben M észleli a T célt, utóbbi kibocsátott energiájának köszönhetően. Ha a T energiaforrás kellően befogható, azaz keletkezik a rakéta célkoordinátorán valamilyen hasznos jel, mint például rádióadás, akusztikus zaj, hő, ekkor passzív önirányításról beszélünk. Az infravörös önirányítás a legelterjedtebb verzió, itt ugyanis a repülőgép-hajtómű kiáramló gázainak, a sárkányszerkezet felmelegedett elemeinek hősugárzását érzékeli a célkoordinátor. Ezeknek a rendszereknek több előnyös tulajdonsága is van, ilyen például a viszonylag egyszerű, olcsó felépítés, a nagy pontosság, valamint az a tény, hogy a rakéta indítása után a hordozó repülőgép azonnal kiválhat a manőverből, és elkezdheti egy másik, új cél támadását, vagy visszatérhet a bázisra. Ezt nevezzük a „Tűzd el és felejtse el!” elvnek. Alkalmazásuknak csak a rossz időjárási viszonyok szabnak határt.

Ha a T-ről visszavert energia M-re sugárzik, akkor pedig aktív vagy félaktív önirányításról beszélünk. Közelebbről, a célról visszaverődött jeleket a rakéta célkoordinátora érzékeli, és a szükséges jelfeldolgozás után kiszűri belőle a szükséges információt a cél pozíciójáról és mozgásáról. A hasznos információk alapján kidolgozza az önirányító rendszerben az irányító jeleket, ami a kormánygépek segítségével módosítja a rakéta pályáját. Azokat a rendszereket, ahol a sugárzó berendezés is a rakéta fedélzetén található, aktív önirányításnak, ahol csupán a vevő berendezés van a rakéta fedélzetén, félaktív önirányításnak nevezzük (3. ábra).



3. ábra: (bal) aktív, (jobb) félaktív

Forrás: a szerző szerkesztése

⁷ CLOS: *command to line of sight* – parancsirányítású.

⁸ BRYSON 1985: 4120.

Példák

- a) Amikor a sólymok megkaparintják a prédát, passzív önirányítással irányítják magukat. Sokféle denevér használja az aktív önirányítást, ultrahangimpulzusokat kibocsátva.
- b) A félaktív önirányító rendszerek (mint például az Egyesült Államok által fejlesztett Sparrow légi harc rakétarendszer) nem önálló, nem sorolható a parancs-irányítási osztályba.
- c) A német második világháborús levegő-tenger bomba, a HS-293D (ami végül nem lett használható), TV-kamerával, illetve ennek megfelelő rádiókapcsolat létesítésére alkalmas eszközzel volt felszerelve. Mindezt úgy, hogy a bombát üzemeltető személy látta a repülőgép fedélzetén a bomba által megjelenített képet, ahogy az közeledett a cél felé. Az üzemeltető továbbította a cél pontos helyének paramétereit a bomba irányítórendszerére. Emiatt a berendezés parancsvezérlésű volt, de nem CLOS.
- d) A közép-hatótávolságú rakéta/bomba a repülés elején lehet parancsirányítású, és önirányítású a repülés második felében. Az izraeli Gabriel tenger-tenger rakéta irányítása repülés elején CLOS-irányítással történik, a második felében pedig félaktív önirányítással, arányos megközelítéssel (PN⁹) valósul meg. Egy föld-levegő rakétarendszer esetében, amely azonos irányítási szabályt használ, azaz a PN-t, a repülés mindkét szakaszára kiterjed, bár a repülés második felében itt is csupán az önirányítás érvényesül.
- e) Vannak légvédelmi rendszerek, ahol M befogja a T célt, és követi azt, majd továbbítja a paramétereit a földi irányítóállomásra. Ott elvégzik a szükséges kalkulációkat és átküldik azokat a rakétára (M), ahol az irányítórekeszben létrejött kormányelmozdulás-parancsokat az aktuátorok végrehajtják. Az efféle rendszerek mind a parancsirányítású, mind pedig az önirányítható kategóriákba egyaránt besorolhatók, mert a cél követése a rakéta révén valósul meg.

Geometria és kinematika

Ebben a részben több olyan fogalmat tisztázok, amelyeket a következő fejezetekben gyakran fogok alkalmazni.

Alapvető definíciók és jelölések

Legyen O a kiindulópontja egy inerciális referencia vonatkoztatási koordináta-rendszernek (FOC¹⁰). Az M és T helyzete ebben a FOC-ban az $\mathbf{r}_M$ és az $\mathbf{r}_T$ vektorok által megadottak, és a következő kapcsolatok írhatók fel:

⁹ PN: *proportional navigation* – arányos megközelítés.

¹⁰ FOC: *frame of coordinates* – vonatkoztatási koordináta-rendszer.

$$\mathbf{r}_M \triangleq OM \text{ és } \mathbf{r}_T \triangleq OT. \quad (1)$$

A kétpontos irányítási rendszerben a vektorok:

$$\mathbf{r} \triangleq \mathbf{r}_T - \mathbf{r}_M. \quad (2)$$

Ez szokványosan az úgynevezett hatótávolság. Amennyiben deriváljuk, a következőt kapjuk:

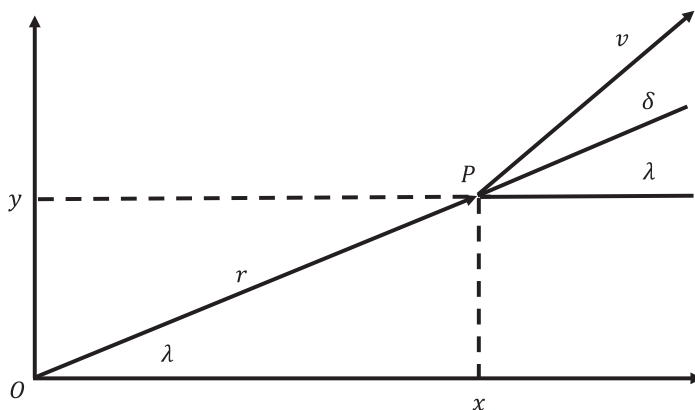
$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{r}}_T - \dot{\mathbf{r}}_M \triangleq \mathbf{v}_T - \mathbf{v}_M. \quad (3)$$

Ez a relatív sebesség a két test között $\mathbf{v}_T$ és $\mathbf{v}_M$ a T és M sebességei. A zárósebesség kifejezést gyakran alkalmazzák irányítási folyamatokban, ennek képlete egyszerűen felírható:

$$\mathbf{v}_C \triangleq -\dot{\mathbf{r}}. \quad (4)$$

Általában az irányítási folyamat háromdimenziós (3D-) térben zajlik. Az *irányítás háromdimenziós kinematikájának jellegzetességei* című rész egy rövid emlékeztetőt tartalmaz a vektormozgás-egyenletekről 3D-ben.

A korábbiakban említettem, hogy a síkbeli viszonyoknál használt koordináta-rendszerben (x, y) vagy (x, z) helyen lévő szögek fogják kijelölni (pozitív, az óramutató járásával ellentétes irányban), hogy a harmadik tengely (azaz ami hiányzik) z vagy y lesz.¹¹



4. ábra: A síkbeli mozgás kinematikája

Forrás: a szerző szerkesztése SHNEYDOR 1998: 27 alapján

Legyen P a tengely egy adott helyén (x, y) és bírjon valamilyen v sebességgel. Meghatározzuk, hogy $\mathbf{r} \triangleq OP$, habár specifikus irányítási problémák esetében OP jelentheti $\mathbf{r}_T$ -t, vagy $\mathbf{r}_M$ -et. A 4. ábra alapján a következőket írhatjuk fel:

¹¹ BRYSON 1985: 425.

$$\mathbf{r} = x\mathbf{1}_x + y\mathbf{1}_y = (r \cos \lambda)\mathbf{1}_x + (r \sin \lambda)\mathbf{1}_y \quad (5)$$

és

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = v_z\mathbf{1}_z + v_y\mathbf{1}_y, \quad (6)$$

ahol $\mathbf{1}_x$ és $\mathbf{1}_y$ az egységvektorok (r, λ) P polár koordinátái, és $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$.

A v sebesség két komponensre bontható r mentén. Az egyik a *radiális sebesség* (v_{rad}), $v_{\parallel}$, a másik a *tangenciális sebesség* (v_{tan}), amelynek jele $v_{\perp}$. Ezek az értékek megadhatók a következő egyenletekkel

$$\begin{aligned} v_{\parallel} &= \dot{r} = v \cos \delta \\ v_{\perp} &= \dot{r} = v \sin \delta, \end{aligned} \quad (7)$$

ahol δ az r és v közötti szög (4. ábra).

A $\gamma = \lambda + \delta$ szög, ami az x tengelyen keletkezik, P pályaszögének nevezzük. Emlékeznünk kell arra, hogy P pályadőlési szöge az (x, y) tengely mentén $\tan \gamma$.

Állandó v esetében, a jól ismert elemi mechanikából az a gyorsulás egy szorzatot eredményez

$$\mathbf{a} = v\dot{\gamma}. \quad (8)$$

Gyakran hasznos lehet a vektoros formulák alkalmazása síkbeli, valamint a 3D-s helyzetekben is.

Az a kifejezhető két vektor összegeként [lásd (22) egyenletet] r mentén, illetve

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\parallel} + \mathbf{a}_{\perp} = (\ddot{r} - r\omega^2)\mathbf{1}_r + (r\dot{\omega} + 2\omega\dot{r})\mathbf{1}_t, \quad (9)$$

ahol $\omega = \dot{\lambda}$, $\mathbf{1}_r$ és $\mathbf{1}_t$ az egységvektorok r mentén. A (16) összefüggést követve

$$\omega = \frac{\|r \times v\|}{r^2} = \frac{xv_y - yv_x}{r^2}, \quad (10)$$

(28)-ből

$$\omega = \frac{v \sin \delta}{r} = \frac{v_{\perp}}{r}, \quad (11)$$

végül (19)-ből:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{r \cdot v}{r} = \frac{xv_x + yv_y}{r} \quad (12)$$

Az irányítás háromdimenziós kinematikájának jellegzetességei

Ebben a fejezetben az irányítás háromdimenziós kinematikájának néhány jellegzetességét és általános képleteit vázolom fel röviden.

Az M irányított test, a T cél, és az inerciális vonatkoztatási koordináta-rendszer kiindulási pontjai az M , T és O . A OM és a OT jelölővektorok $\mathbf{r}_M$ és az $\mathbf{r}_T$, valamint az idő szerinti deriváltjuk, $\mathbf{v}_M$ és a $\mathbf{v}_T$ sebességek (5. ábra). Egy további differenciálás biztosítja a gyorsulásokat, amelyek jelölése $\mathbf{a}_M$ és $\mathbf{a}_T$. Az $\mathbf{r} \triangleq \mathbf{MT}$ hatótávolság megegyezik az $\mathbf{r}_T$ és az $\mathbf{r}_M$ vektorok különbségével, tehát

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= \mathbf{r}_T - \mathbf{r}_M \\ \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v}_T - \mathbf{v}_M \\ \ddot{\mathbf{r}} &= \mathbf{a}_T - \mathbf{a}_M.\end{aligned}\tag{13}$$

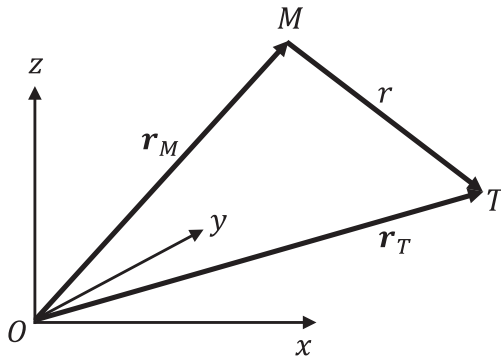
Meghatározás szerint az „ r ” a célzóvonal (LOS) látóterében helyezkedik el, amelynek sugara M -ből indul ki (kezdődik) és áthalad T -n. $\dot{\mathbf{r}}$ a relatív (viszonylagos) sebesség. Ezt két alkotóelemre lehet bontani a következőképpen:

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\mathbf{1}_r + r\dot{\mathbf{1}}_r = \dot{r}\mathbf{1}_r + \mathbf{w} \times \mathbf{r},\tag{14}$$

ahol $\mathbf{1}_r$ az egységvektor „ r ” irányában, vagyis $\mathbf{1}_r = \mathbf{r}/r$. A „ $\mathbf{w}$ ” az „ $\mathbf{r}$ ” gyorsulási sebessége és „ $\times$ ” jelöli a vektori szorzatot. Ne feledjük, hogy $\dot{r}\mathbf{1}_r$ az $\dot{\mathbf{r}}$ összetevője párhuzamos $\mathbf{r}$ -rel, és a $\mathbf{w} \times \mathbf{r}$ komponense merőleges $\mathbf{r}$ -re.

Amennyiben megszorozzuk a (14) egyenletet $\mathbf{r}$ -rel (vektoros szorzat), az egyenlet a következőképp formálódik:

$$\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\mathbf{r} \times \mathbf{1}_r + \mathbf{r} \times (\mathbf{w} \times \mathbf{r}).$$



5. ábra: Találati geometria

Forrás: a szerző szerkesztése SHNEYDOR 1998: 218 alapján

Az egyenlet jobb oldalán lévő első formula nyilvánvalóan nullával egyenlő, a második része pedig $r^2 \mathbf{w}$ lesz, mivel $\mathbf{w}$ merőleges $\mathbf{r}$ -re.

Megjegyzem, hogy bármely $\mathbf{c}$ vektor és minden $\mathbf{1}_r$ egységvektor a vektor vegyes szorzata $\mathbf{1}_r \times (\mathbf{c} \times \mathbf{1}_r)$ megegyezik $\mathbf{c}$ merőleges összetevőjével, keresztezve $\mathbf{1}_r$ -t. Ezt $c_\perp$ -gal jelöltem. Az $\mathbf{1}_r$ mentén lévő összetevőt pedig $c_\parallel$ -gyel. Az ezek által adott szorzat $\mathbf{1}_r (\mathbf{c} \cdot \mathbf{1}_r)$, ahol a „ $\cdot$ ” skaláris szorzatot jelöl.¹² A könnyebb érthetőség érdekében:

$$\mathbf{c} = c_\perp + c_\parallel = \mathbf{1}_r \times (\mathbf{c} \times \mathbf{1}_r) + \mathbf{1}_r (\mathbf{c} \cdot \mathbf{1}_r). \quad (15)$$

Visszatérve az előzőekben felírt algebrai egyenletekhez, láthatjuk, hogy

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\mathbf{r} \times (\mathbf{v}_T - \mathbf{v}_M)}{r^2}. \quad (16)$$

A v_c zárósebesség kifejezésére a szakirodalomban rendszeresen alkalmazott forma a következő

$$v_c \triangleq -\dot{r} = v_M - v_T. \quad (17)$$

A (14) egyenletet szorozva $\mathbf{1}_r$ -rel (skaláris szorzattal) a következőt kapjuk:

$$\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{1}_r = (\dot{r} \mathbf{1}_r + \mathbf{w} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{1}_r = \dot{r} \quad (18)$$

Köztudott, hogy $\mathbf{1}_r \cdot \mathbf{1}_r = 1$ és $(\mathbf{w} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{1}_r = 0$. Ezért

$$\dot{r} = \frac{\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}}{r} = \frac{\mathbf{r} \cdot (\mathbf{v}_T - \mathbf{v}_M)}{r}. \quad (19)^{13}$$

Például ha $\mathbf{v}_T = [100 \ 200 \ 0]^T$, $\mathbf{v}_M = [0 \ 400 \ 600]^T$ és $\mathbf{r} = [2000 \ 0 \ 0]^T$ (m/s-ban és m-ben), akkor segítségül a (16) egyenletet hívjuk:

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2000^2} \begin{vmatrix} 1_x & 2000 & 100 - 0 \\ 1_y & 0 & 200 - 400 \\ 1_z & 0 & 0 - 600 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0,3 \\ -0,1 \end{vmatrix} \text{ rad/sec}.$$

A (19) összefüggésből pedig:

$$\dot{r} = \frac{1}{2000} [2000 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 100 - 0 \\ 200 - 400 \\ 0 - 600 \end{bmatrix} = 100 \text{ m/s}.$$

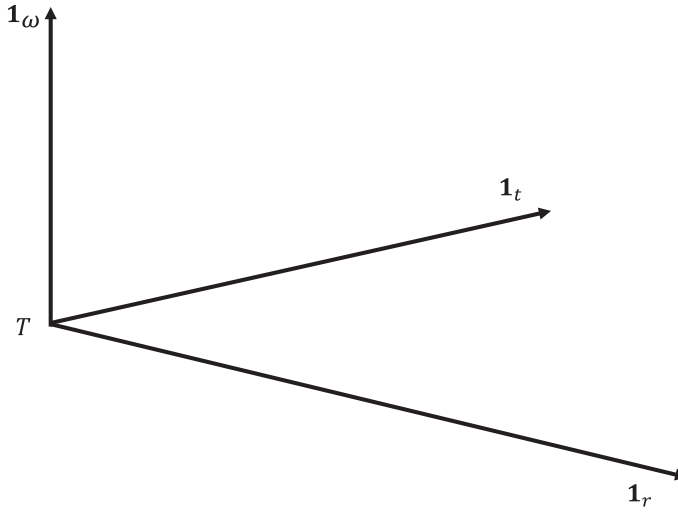
¹² ETKIN 1982: 34.

¹³ Megjegyzés: $\dot{\mathbf{r}} \neq \|\dot{\mathbf{r}}\|$ kivéve, ha $\dot{\mathbf{r}}$ és $\mathbf{r}$ kollineárisak.

Forgó vonatkoztatási koordináta-rendszer

Elemzések alapján, egy forgó FOC, amelynek tengelye mentén az egységvektorok $\mathbf{1}_\omega$, $\mathbf{1}_r$ és $\mathbf{1}_t$, ahol $\mathbf{1}_\omega = \mathbf{w}/\omega$, $\omega = \|\mathbf{w}\|$ és $\mathbf{1}_t = \mathbf{1}_\omega \times \mathbf{1}_r$ (6. ábra). Legyen a forgási tengely vektor-szögsebessége $\mathbf{w}_{tri}$ és $v_\parallel$ jelezze a $\mathbf{w}_{tri}$ komponenst r mentén, oly módon, hogy

$$\mathbf{w}_{tri} = \omega \mathbf{1}_\omega + \omega_\parallel \mathbf{1}_r \quad (20)$$



6. ábra: T középpontú FOC

Forrás: a szerző szerkesztése SHNEYDOR 1998: 219 alapján

Ahol $\omega_\parallel = \|\mathbf{w}_\parallel\|$. Ebből ered a vektorszorzatok kijelölése és a jellemzői, hogy

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{1}}_r &= \mathbf{w}_{tri} \times \mathbf{1}_r = \omega \mathbf{1}_t \\ \dot{\mathbf{1}}_r &= \mathbf{w}_{tri} \times \mathbf{1}_t = -\omega \mathbf{1}_r + \omega_\parallel \mathbf{1}_\omega \\ \dot{\mathbf{1}}_\omega &= \mathbf{w}_{tri} \times \mathbf{1}_\omega = -\omega_\parallel \mathbf{1}_t. \end{aligned} \quad (21)$$

Ezeket az egyenleteket alkalmazva a (14) és (20) révén a következő eredményeket érjük el

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r} \mathbf{1}_r + r \omega \mathbf{1}_t \quad (22)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{r} - r\omega^2) \mathbf{1}_r + (r\dot{\omega} + 2\dot{r}\omega) \mathbf{1}_t + r\omega\omega_\parallel \mathbf{1}_\omega. \quad (23)$$

Az első kifejezést (22) v_{rad} (radiális vagy sugárirányú), a másodikat (23) v_{tan} pedig tangenciális (érintőleges) sebességnek nevezik.¹⁴

Síkbeli vektorok

Elmondhatjuk, hogy v_T , v_M és r azonos síkban helyezkednek el. Ennek a szükséges és elégséges feltétele az, hogy bármelyik három skaláris szorzata nullával egyenlő. Részletesebben:

$$\begin{cases} v_T \cdot (r \times v_M), \\ r \cdot (v_M \times v_T), \\ \text{vagy} \\ v_M \cdot (v_T \times r) \end{cases} \quad (24)$$

Tehát a három szorzat azonos egymással.

A vektorok összetevőit kifejezve a következő feltételeket fogalmazhatjuk meg:

$$D \triangleq \begin{vmatrix} v_{Tx} & v_{Ty} & v_{Tz} \\ r_x & r_y & r_z \\ v_{Mx} & v_{My} & v_{Mz} \end{vmatrix} = 0. \quad (25)$$

Észrevehető, hogy ha bármelyik két vektor a háromból egy síkbeli (kolineáris), akkor $D = 0$.

Tegyük fel, hogy v_T , v_M és r egy síkban vannak. Így a következőt állíthatjuk:

$$v_T \cdot w = v_T \cdot \frac{r \times (v_T - v_M)}{r^2} = \frac{v_T \cdot (r \times v_T) - v_T \cdot (r \times v_M)}{r^2} \quad (26)$$

Az egyenlet első felében a számláló nullával egyenlő, a skalár- és vektorszorzatok jellegzetességei miatt. Az egyenlet második fele szintén zérus a síkbeli ütközés okán (24). Így az egész egyszerűsítve:

$$v_T \cdot w = 0 \quad (27)$$

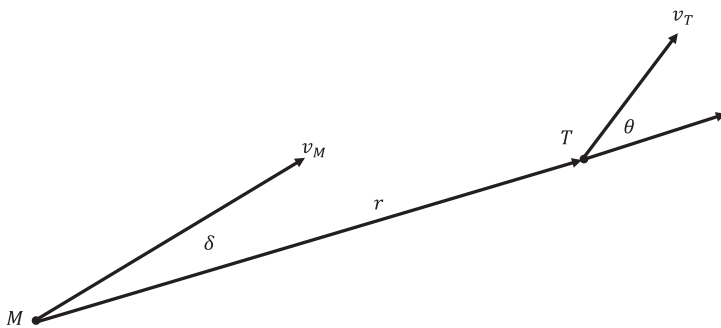
Hasonlóképpen $v_M \cdot w = 0$, és már tudjuk, hogy az $r \cdot w = 0$ meghatározás szerint. Vagyis a síkbeli egyezések (ütközések) okán, w merőleges mind a v_T , v_M és az r vektorokra és kolineáris mind $r \times v_T$ és $r \times v_M$ skalárszorzataikkal.

Az r és a v_T közti, valamint az r és v_M közti szögeket θ vonatkozási és δ metszési szöggel jelöljük. A síkbeli helyzetben mindkettő meghatározott, a tengelyek körül párhuzamosan w -vel (7. ábra). Ebből a (16) egyenlet és a vektorszorzat definíciójából

$$w = \frac{v_T \sin \theta - v_M \sin \delta}{r} \quad (28)$$

$$\dot{r} = v_T \cos \theta - v_M \cos \delta \quad (29)$$

¹⁴ MCLEAN 1990: 17.



7. ábra: θ vonatkozási, és δ metszési szögek

Forrás: a szerző szerkesztése SHNEYDOR 1998: 221 alapján

A (28) és (29) egyenletekből nyilvánvaló, hogy

$$\cos \theta = \frac{r \cdot v_T}{r v_T} \quad (30)$$

A meghatározás lehet pozitív vagy negatív (nem általában, azt vételezve, hogy $0 \leq \theta \leq \pi$), aszerint, hogy $r \times v_T$ -t érzékeli-e w , vagy azzal ellentétes. Más szavakkal

$$\text{sgn } \theta = \text{sgn}\{(r \times v_T) \cdot w\} \quad (31)$$

Megemlítem, hogy (31) és (16), amely $v_M = 0 \rightarrow \theta > 0$. Hasonlóképpen, $v_T = 0 \rightarrow \delta < 0$.

Ha r kolineáris v_T -vel, a kapcsolat kétségtelenül síkbeli, amiképp a $D = 0$, és θ is 0, vagy 180° , hasonlóan r , v_M és δ is. Ugyanebből a megfontolásból a kapcsolat szintén síkbeli, ha a v_T és a v_M egyaránt kolineáris. Ekkor $\delta = \theta$ vagy $\delta = \theta \pm \pi$

Abban az esetben, ha mind a három vektor egyvonalú, triviális.

Példák

Az irányítás háromdimenziós mozgástanának egyszerűbb megértését két példán keresztül mutatom be.

1. példa

Az első példában állandó vektorokkal számolok. Legyen v_T , v_M és r megadott értékekkel.¹⁵ Ezek $v_T = [-200 \ -100 \ 100]^T$, $v_M = [-100 \ 400 \ 500]^T$, $r = [-3000 \ 6000 \ 9000]^T$ (m/s-ban és méterben, adott esetben). Ez egy síkbeli ütközés (kapcsolat), mivel

¹⁵ JENKINS 1984: 43.

$$D = \begin{vmatrix} -200 & -100 & 100 \\ -3000 & 6000 & 9000 \\ -100 & 400 & 500 \end{vmatrix} = 0.$$

Mivel $\dot{r} = [-100 \quad -500 \quad -400]^T$, a következő eredményt nyerjük a (16) és (19) egyenletekből

$$w = \frac{1}{r^2} \begin{vmatrix} 1_x & -3000 & -100 \\ 1_y & 6000 & -500 \\ 1_z & 9000 & -400 \end{vmatrix} = \frac{1}{60} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ rad/s}$$

és

$$\dot{r} = \frac{10^2 \times 10^3}{r} [-3 \quad 6 \quad 9] \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix} = -561 \text{ m/s},$$

ahol $r = \|r\| = \sqrt{(-3000)^2 + 6000^2 + 9000^2} = 1000\sqrt{126}$.

A (30) relációt alkalmazva

$$\cos \theta = \frac{1}{rv_T} [-200 \quad -100 \quad 100] \begin{bmatrix} -3000 \\ 6000 \\ 9000 \end{bmatrix}$$

$$\cos \delta = \frac{1}{rv_M} [-100 \quad 400 \quad 500] \begin{bmatrix} -3000 \\ 6000 \\ 9000 \end{bmatrix},$$

ahol $v_T = \|v_T\| = 100\sqrt{6}$ és $v_M = \|v_M\| = 100\sqrt{42}$.
Ezért $|\theta| = 70,9^\circ$, $|\delta| = 8,2^\circ$.

Annak érdekében, hogy a fenti jelek a helyes szögben legyenek, figyelembe kell vennünk, hogy

$$r \times v_T = \begin{vmatrix} 1_x & -3000 & -200 \\ 1_y & 6000 & -100 \\ 1_z & 9000 & 100 \end{vmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} 15 \\ -15 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$r \times v_M = \begin{vmatrix} 1_x & -3000 & -100 \\ 1_y & 6000 & 400 \\ 1_z & 9000 & 500 \end{vmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Mivel $w = (1/60)[1 \quad -1 \quad 1]^T$, így végül a (30)-ból következik, hogy θ pozitív, miközben δ negatív előjelű lesz, azaz

$$\theta = 70,9^\circ, \delta = -8,2^\circ.$$

Ellenőrzésül újra tudjuk számítani w -t és $\dot{r}$ -t, a (27) és (28) egyenleteket felhasználva.

$$w = \frac{100\sqrt{6} \sin 70,9^\circ + 100\sqrt{42} \sin 8,2^\circ}{1000\sqrt{126}} = 0,0289 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

ami megegyezik $(1/60)\sqrt{3}$, amelyet fentebb felírtam, és

$$\dot{r} = 100\sqrt{6} \cos 70,9^\circ - 100\sqrt{42} \cos 8,2^\circ = -561 \text{ m/s}.$$

2. példa

A második feltevésben a vektorok időben változók lesznek. Tegyük fel, hogy M mozdulatlan a vonatkoztatási koordináta-rendszerben, míg a T egy egyenes henger mentén halad a z tengely mentén. Más szavakkal, mozgása kör alakú spirált rajzol. Az r hatótávolság és a v sebesség adottak, az egyenletek alapján:

$$r(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \cos \Omega t \\ c \sin \Omega t \\ vt \sin \gamma \end{bmatrix}, \quad v(t) = \begin{bmatrix} -c\Omega \sin \Omega t \\ c\Omega \cos \Omega t \\ v \sin \gamma \end{bmatrix}, \quad (32)$$

ahol c a henger sugara, Ω a körfrekvencia, v a T sebessége és γ a repülési pálya szöge. Az (32) egyenletekből

$$c\Omega = v \cos \gamma \quad (33)$$

és

$$c = r \cos \theta, \quad z = r \sin \theta, \quad (34)$$

ahol θ a T emelkedési szöge. $z = 0$.

(16) és (32)–(34) képletekből a következő összefüggést kapjuk w -re

$$w = \frac{v}{r} \begin{bmatrix} \cos \theta(t) \sin \gamma \sin(\Omega t) - \sin \theta(t) \cos \gamma \cos(\Omega t) \\ -\cos \theta(t) \sin \gamma \cos(\Omega t) - \sin \theta(t) \cos \gamma \sin(\Omega t) \\ \cos \theta(t) \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Emlékezzünk arra, hogy az r -t az idő függvényében szemléljük.¹⁶ Az a (vagy $\dot{v}$) gyorsulás egyértelmű

$$a = \begin{bmatrix} -\Omega^2 c \cos(\Omega t) \\ -\Omega^2 c \sin(\Omega t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Megjegyzem, hogy az $a = \Omega^2 c$ a nagyságára (mértére, terjedelmére) vonatkozik, továbbá állandó és független γ -tól.

A (19) egyenletet alkalmazva (32)-höz a következőt nyerjük:

$$\dot{r} = \frac{1}{r} (v \sin \gamma)^2 t, \quad (37)$$

$\ddot{r}$ a (37) differenciálásából adódik.

Annak érdekében, hogy minél több rálátást nyerjünk a pillanatnyi geometriai helyzetre, „befagyasztjuk” a mozgásokat egy időpontban, így $\cos(\Omega t) = 1$ és $\sin(\Omega t) = 0$. A vektorok

$$r(t) = \begin{bmatrix} c \\ 0 \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \theta \\ 0 \\ \sin \theta \end{bmatrix}, \quad v(t) = v \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \gamma \\ \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (38)$$

és

$$w = \frac{v}{r} \begin{bmatrix} -\sin \theta \cos \gamma \\ -\cos \theta \sin \gamma \\ \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Mivel a forgási sebességvektor a koordináta-rendszerben

$$w_{tri} = v \begin{bmatrix} 0 \\ -(c \sin \gamma)/r^2 \\ (\cos \gamma)/c \end{bmatrix} = \frac{v}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \theta \sin \gamma \\ (\cos \gamma)/\cos \theta \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$w_{\parallel}$ így már könnyen meghatározható, $w_{tri} - w$ különbségeiből. Ez a következő egyenletet adja:

$$w_{\parallel} = \frac{v \cos \gamma \tan \theta}{r} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ 0 \\ \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Miután meghatároztuk r és w -t, ezáltal $\mathbf{1}_r$ és $\mathbf{1}_w$ -t, megkapjuk $\mathbf{1}_t$ -t az $\mathbf{1}_t = \mathbf{1}_w \times \mathbf{1}_r$ relációból.

¹⁶ REGAN 1993: 27.

Összefoglalás

A rakétairányítási és célbefogási folyamatok rendkívül összetett és bonyolult rendszerek, amelyek a modern katonai és űrtechnológiai felhasználások alapkövei. Ezen folyamatok magukban foglalják a rakéták pályájának megtervezését, a célok követését és a precíziós találatok végrehajtását, figyelembe véve a dinamikai és statikai tényezőket.

Ezen rendszerek alapvetően két fő fázisból állnak: a tervezésből és a végrehajtásból. A tervezési fázis során a rendszerek különféle algoritmusokat és matematikai modelleket használnak a rakéta optimális pályájának meghatározására. Ez a folyamat figyelembe veszi a rakéta sebességét, a cél mozgásának dinamikáját, valamint a környezeti feltételeket, mint például a légköri ellenállást.¹⁷

A végrehajtási fázisban a rakéta irányításáért felelős rendszerek valós időben elemzik a kapott adatokat, és szükség esetén módosítják a pályát. A célbefogás során a rakéta képes reagálni a cél mozgásának változásaira, alkalmazkodva a helyzethez, így emelve a találat valószínűségét. A bonyolultságot fokozza, hogy a modern rakéták nemcsak passzív szenzorokat használnak, hanem aktív irányítórendszereket is, amelyek lehetővé teszik a célok dinamikus követését.

A folyamatok komplexitása abban is rejlik, hogy a rakéták irányítása gyakran többszintű rendszereket igényel, amelyek integrálják a műholdas navigációt, a radartechnológiát és a számítógépes szimulációkat. Az ilyen rendszerek fejlesztése és működtetése komoly technológiai kihívásokkal jár.¹⁸

Összességében a rakétairányítási és célbefogási folyamatok egy olyan multidiszciplináris területet képviselnek, amely a matematikai modellezés, az informatikai rendszerek, a fizika- és a mérnöki tudományok egyesítésével működik, és folyamatos innovációt kíván, a hatékonyság és a biztonság növelése érdekében.

Felhasznált irodalom

- BLAKELOCK, John H. (1991): *Automatic Control of Aircraft and Missiles, Second Edition*. New Jersey: Wiley.
- BRYSON, Arthur E. (1985): New Concepts in Control Theory, 1959–1984. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 8(4), 417–425. Online: <https://doi.org/10.2514/3.20000>
- ETKIN, Bernard (1982): *Dynamics of Flight – Stability and Control, Second Edition*. New York: John Wiley.
- JENKINS, Philip N. (1984): *Missile Dynamic Equations for Guidance and Control Modeling and Analysis*. Redstone Arsenal, Alabama: U.S. Army Missile Command.
- KORN, Granino A. – KORN, Theresa M. (1968): *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers*. London: McGraw-Hill.
- MCLEAN, Donald (1990): *Automatic Flight Control Systems*. New York: Prentice Hall.

¹⁷ SHNEYDOR 1998: 29.

¹⁸ KORN–KORN 1968: 41.

- REGAN, Frank J. – ANANDAKRISHNAN, Satya M. (1993): *Dynamics of Atmospheric Re-Entry*. Washington, D.C.: American Institute of Aeronautics and Astronautics. Online: <https://doi.org/10.2514/4.861741>
- SHNEYDOR, N. A. (1998): *Missile Guidance and Pursuit Kinematics, Dynamics and Control*. Chichester: Horwood Publishing. Online: <https://doi.org/10.1533/9781782420590>